题目大意

给出一个$n\times n$的01矩阵c，求有多少长度为n的01序列a,b，满足$c_{i,j}=a_i$或$c_{i,j}=b_j$，答案对998244353取模。

数据范围

$subtask1(5\%):n\leq 10$

$subtask2(15\%):n\leq 20$

$subtask3(40\%):n\leq 300$

$subtask4(5\%)$：c矩阵随机

$subtask5(35\%)$：没有特殊限制

$1\leq n\leq 5000,0\leq c_{i,j}\leq 1$

题解

算法1

枚举a,b的每一个位置是0还是1，然后对每一个(i,j)判断是否合法。

算法2

先枚举每一个a_i是0还是1。

如果$c_{i,j}$和a_i相同，则对b_j没有限制。

反之要求$b_j=c_{i,j}$。然后对于每一个b_j算有几种可行的填法，最后乘起来即可。

算法3

考虑枚举a_1是0还是1。

显然枚举完a_1后，这一行中值和a_1不同的位置只能由b来满足限制。

那么这些位置的b已经确定了。

如果b的值全部确定，那么a剩下位置的方案数很好算。

不然就继续搜索a_2。以此类推直到所有a的值都枚举完，然后把b没确定的位置统计一下即可。

因为如果b没有确定的位置的个数为0时停止递归，所以时间复杂度是$O(n^3)$。

算法4

标算用到了一个非常巧妙的性质。

假设a中有x个1，b中有y个1。

假设$a_i=c_{i,j}$的数量为$sum1$,$b_j=c_{i,j}$的数量为$sum2$

这种赋值方法当且仅当$sum1+sum2-xy-(n-x)(n-y)=n^2$时合法，且无论$a_i,b_j$怎么赋值，$sum1+sum2-xy-(n-x)(n-y)\leq n^2$

证明：

考虑一对i,j,a_i和b_j的取值对$sum1+sum2-xy-(n-x)(n-y)$的贡献：

如果$a_i \neq c_{i,j}, b_j \neq c_{i,j}$，那么会贡献$0+0-1=-1$。

如果$a_i = c_{i,j}, b_j = c_{i,j}$，那么会贡献$1+1-1=1$。

如果$a_i \neq c_{i,j}, b_j = c_{i,j}$，那么会贡献$0+1-0=1$。

如果$a_i = c_{i,j}, b_j \neq c_{i,j}$，那么会贡献$1+0-1=1$。

那么可以发现，每个i,j最多贡献1,所以总和$\leq n^2$。

并且要求每个位置至少匹配一个，所以贡献必须是n^2。

那么可以发现，如果确定了a,b中分别有几个1，应该贪心的选择数1放置的位置，使得$a_i = c_{i,j}, b_j = c_{i,j}$的个数尽可能多。

如果最后剩下若干行（列）1的个数相同，那么就乘上一个组合数。

时间复杂度$O(n^2)$。

参考文献

[1]https://zh.wikipedia.org/wiki/%E4%BA%8C%E9%A0%85%E5%BC%8F%E4%BF%82%E6%95%B8

[2]CCF NOI科学委员会，《全国青少年信息学奥林匹克系列竞赛大纲》。

[3]Richard A.Brualdi，《组合数学》