

Insider解题报告

AHdoc Angwuy

题目大意

- 给以一个简单多边形，满足
 - 任意两点 x 坐标不相同
 - 任意两点 y 坐标不相同
- 进行以下两个操作
 - 删除一条边，并新增一个点，连边到删除的边的两个端点
 - 询问一个点是否在多边形内

数据范围

- 对于10% $N \leq 1000$ $Q \leq 5000$
- 存在10% $N \leq 1000$ $Q \leq 50000$ 没有修改
- 存在20% 没有修改
- 存在10% 系数 r 恒为0
- 存在20% 修改操作中 x 与 a 或 b 的横坐标相差
不超过1
- 对于100% $N \leq 50000$ $Q \leq 50000$

- 根据题目描述可以得出
 - 对于修改操作，可以进行离线处理
 - 对于询问操作，必须使用在线算法
- 根据数据范围可以得出
 - 存在10%的数据，询问操作可以使用离线算法

解法一

- 暴力
- 对于查询操作，从查询的点到无穷远处画一条线段，判断这条线段与多边形的交点个数
- 时间复杂度 $O(NQ)$
- 期望得分 10~20

解法二

- 对于没有修改操作的小点
- 建立一棵二维线段树进行询问操作
- 时间复杂度 $O(N^2+Q\log N)$
- 期望得分 10

解法三

- 对于没有修改操作的大点
- 注意到解法二中相邻两棵线段树的只有 $O(\log N)$ 个结点是不同的
- 对于相同的结点，不需要额外去记录和处理
- 时间复杂度 $O(N \log N + Q \log N)$
- 期望得分 30

解法四

- 对于 r 恒为0的点，可以知道询问的点一定是给出的三个中的一个
- 可以对全部数据进行离线处理
- 从后往前用二线段树进行维护
- 期望得分 10

解法五

- 对于修改操作中 x 值与 a 或 b 相差不超过1的点
- 基于解法三，对于每次修改操作相当于新增一棵线段树，这颗线段树与旁边的另一棵线段树只有一条边的差别，所以可以直接暴力增加
- 这样的时间复杂度为 $O(N\log N + Q\log N)$
- 期望得分 10

解法六 (0)

- 对整个平面用线段树套**Splay**进行维护
 - 线段树维护的是边
 - **Splay**维护的是某个X区间段内边的情况
- 询问一个点是否在多边形内
 - 等价于询问这个点的正下方有多少条边
 - 偶数条就是在外
 - 奇数条就是在内

解法六 (1)

- 预处理
 - 全部边（包括一开始就存在的和后来修改操作时加入的）进行排序
 - 对于边**A**和边**B**。如果存在一个值**X**，且找到两条边上对应的点(**X**, **Ya**)和(**X**, **Yb**)，满足 $Y_a < Y_b$ ，则把边**A**放在边**B**前面
 - 按照**X**坐标从小到大进行处理，用**Splay**维护当前存在的边，插入边时记录下边之间的拓扑关系。最后用链表把全部边的顺序求出来。

解法六 (2)

- 建立一棵线段树用来表示排序后的边
- 线段树中每个节点是一棵 **Splay**
- 每个 **Splay** 节点维护以下信息
 - **Xl, Xr** : 这个 **Splay** 节点维护的 **x** 坐标区间段
 - **Ena** : 如果这是线段树的叶结点, **Ena** 将表示这条对应的边在 **[Xl, Xr]** 这个区间段中是否存在
 - **Sum** : 表示这个线段树结点表示的区间中, **[Xl, Xr]** 的这个区间段内存在多少条边
 - **Top** : 表示这个线段树结点表示的区间中, **[Xl, Xr]** 的这个区间段内拓扑序最大的那条边编号

解法六 (3)

- 对于每次增加边的操作
 - 在线段树上找到这条边
 - 把这条边插入到对应的**Splay**中
- 对于每次删除边的操作
 - 在线段树上找到这条边
 - 把对应的**Splay**中这条边删掉
 - **Splay**结点中的**Top**值不需要被修改

解法六 (4)

- 对于每次询问操作 (x, y) ，从线段树根节点开始进行以下递归处理
 - 找到当前线段树结点的左子结点，在左子结点的 **Splay** 中，找出区间包含 x 的结点的 **Top**，设 **Top** 表示的边为 mid
 - 如果点 (x, y) 在 mid 上
 - 如果 mid 这条边没被删掉，直接返回
 - 如果 mid 这条边已经被删掉，递归进线段树的左节点
 - 如果点 (x, y) 在 mid 的下方，递归进线段树的左结点
 - 如果点 (x, y) 在 mid 的上方，递归进线段树的右结点

解法六 (5)

- 时间复杂度 $O(N\log N + Q\log N\log N)$
- 期望得分 100

Question time

Thank you