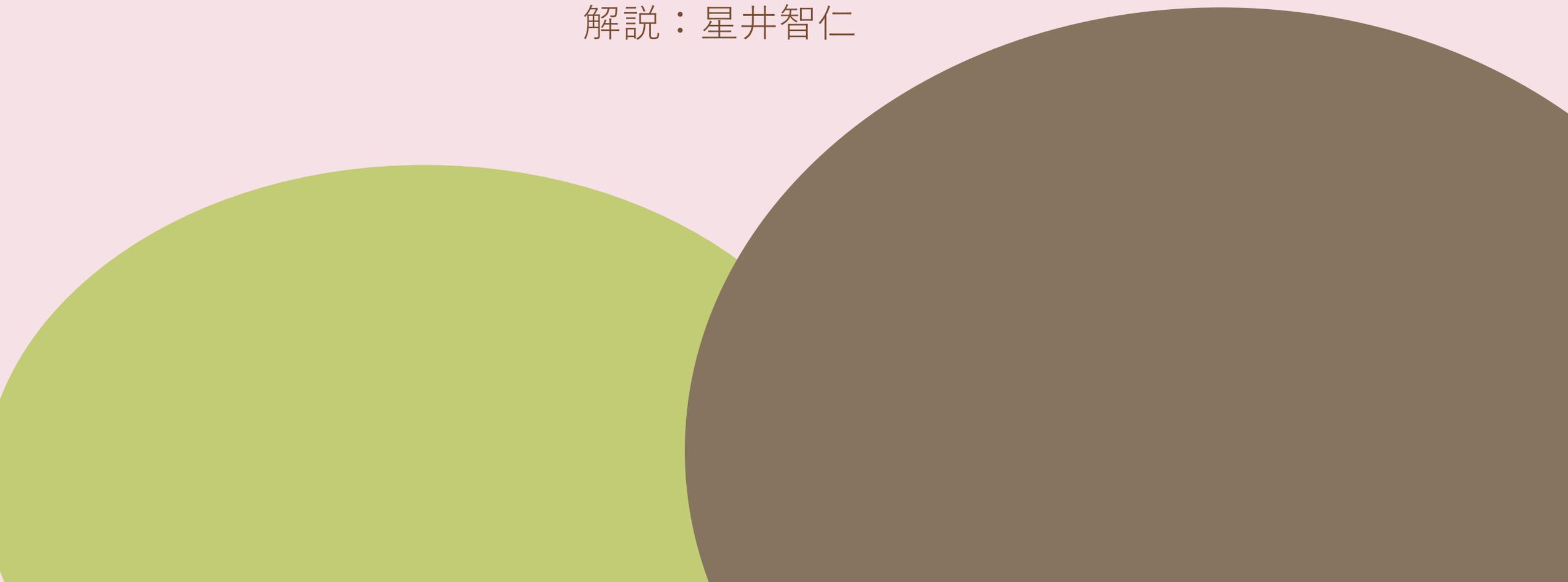


一流の団子職人

解説：星井智仁



問題概要

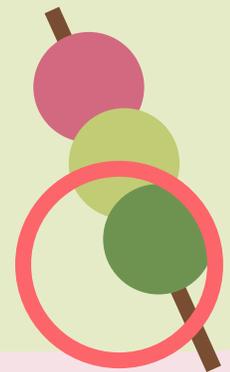
1

N色の団子がそれぞれM個ずつ 合計NM個ある

NM個ある団子を色が相異なるようにN個ずつM組に分けたい

使う団子を団子チェッカーにいくつか指定すると作れる串の数を教えてくれる

ただし団子チェッカーを使える回数は50000回以下である



小課題

2

1. $N=4, M=4$
2. $N=100, M=10$
3. $N=200, M=25$
4. $N=400, M=25$

小課題

1. $N=4, M=4$
2. $N=100, M=10$
3. $N=200, M=25$
4. $N=400, M=25$

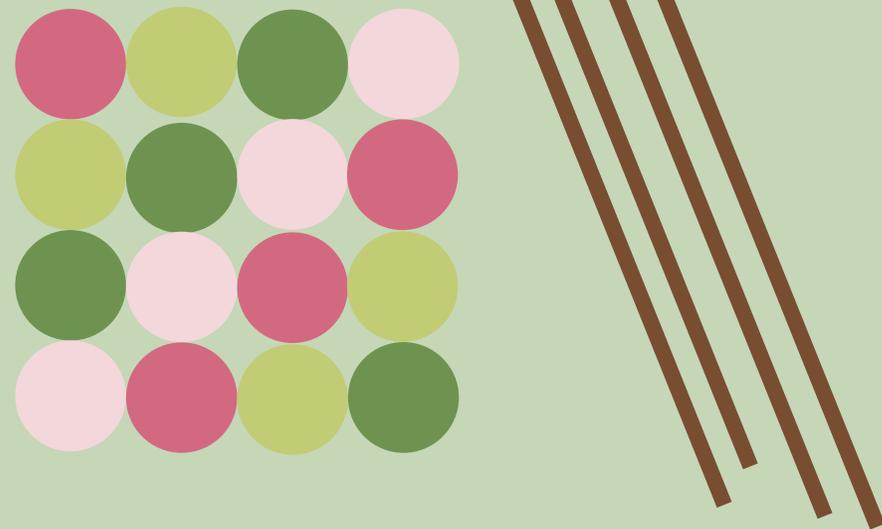
小課題 1 $N=4$ $M=4$

4

$N=4$, $M=4$

団子は $NM=16$ 個ある

全通り試せるかな



小課題 1 $N=4$ $M=4$

5

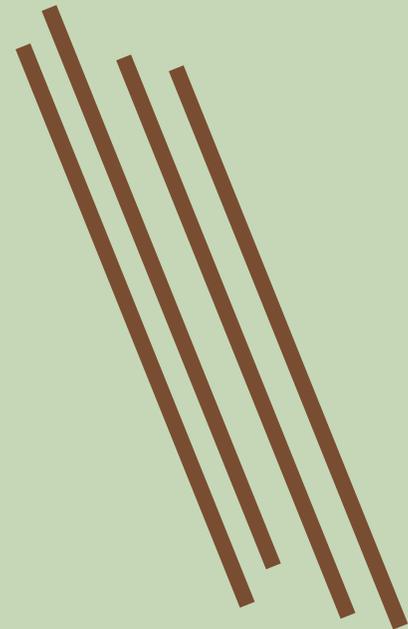
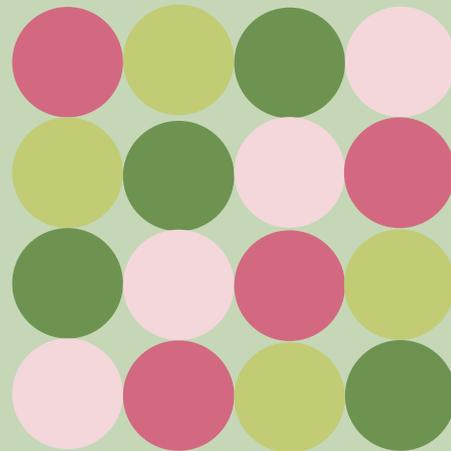
$N=4$, $M=4$

団子は $NM=16$ 個ある

全通り試せるかな

$$2^{16} = 65536 > 50000$$

試せない



小課題 1 $N=4$ $M=4$

6

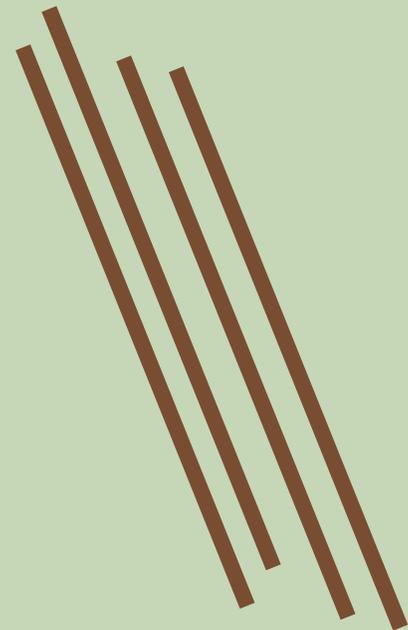
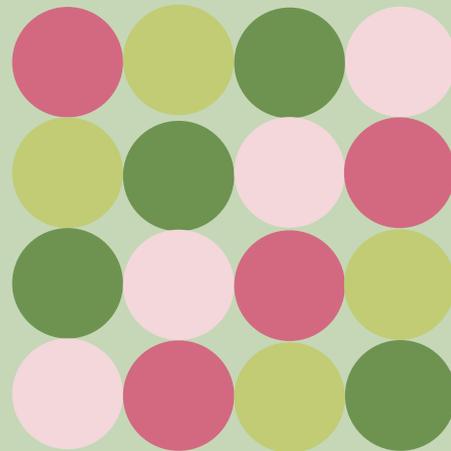
$N=4$, $M=4$

団子は $NM=16$ 個ある

全通り試せるかな

$${}_{16}C_4 = 1820 \leq 50000$$

試せる



小課題

1. $N=4, M=4$
2. $N=100, M=10$
3. $N=200, M=25$
4. $N=400, M=25$

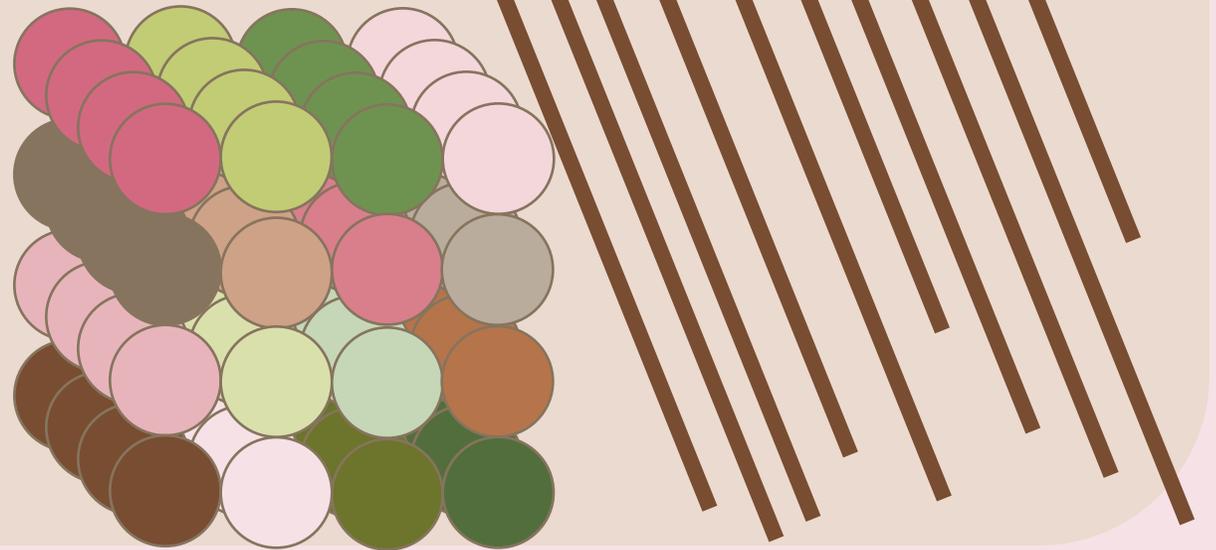
小課題 2 $N=100$ $M=10$

8

$N=100$, $M=10$

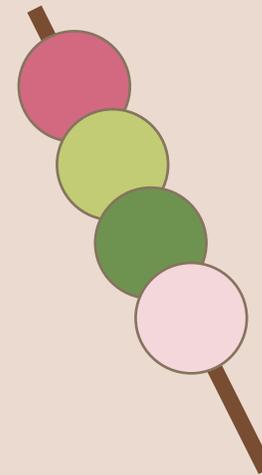
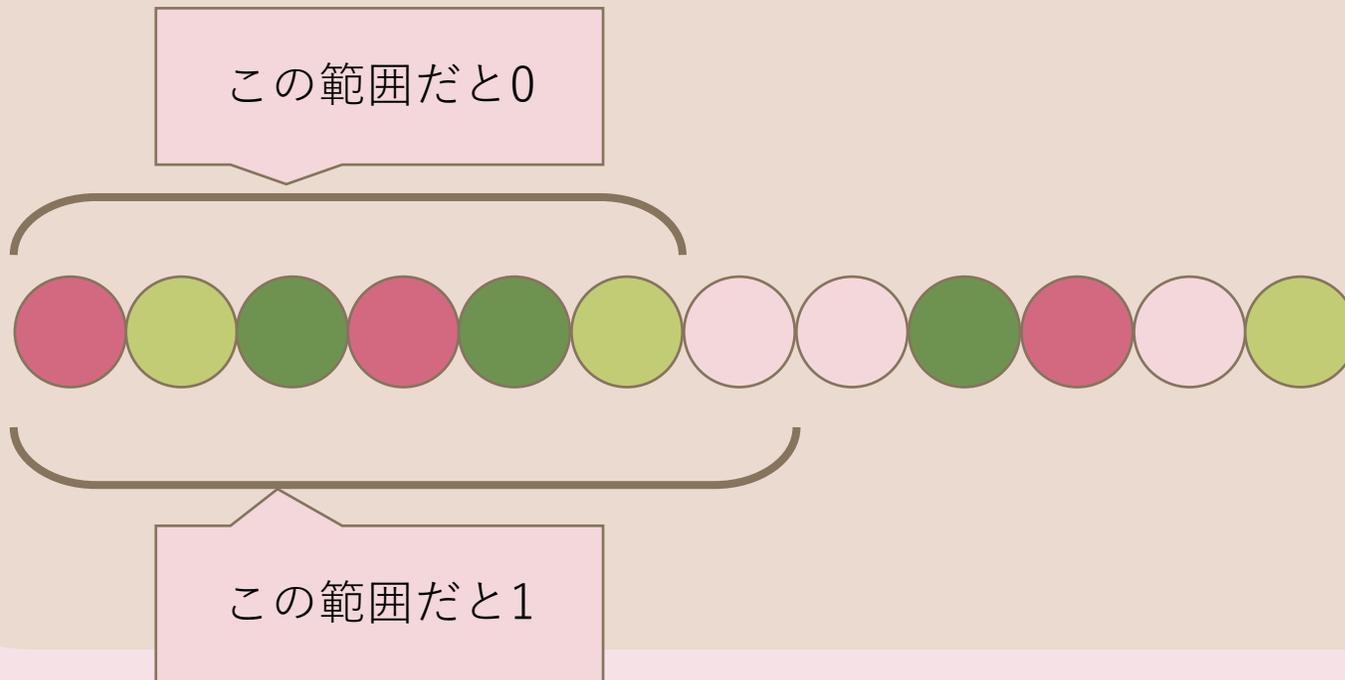
団子は $NM=1000$ 個ある

$${}_{1000}C_{10} \approx 2 \times 10^{23}$$



小課題 2 $N=100$ $M=10$

団子チェッカーで「団子1串作れる」と判定される条件
→すべての色が揃う必要あり=1つでも欠けていると判定されない



この範囲だと1



発想を逆転させよう

因子マシーンで「因子1串作れる」と判定される条件

←オバンの色が揃えば西太后は1つズレた子で、ズレ判別される

小課題2 $N=100$ $M=10$

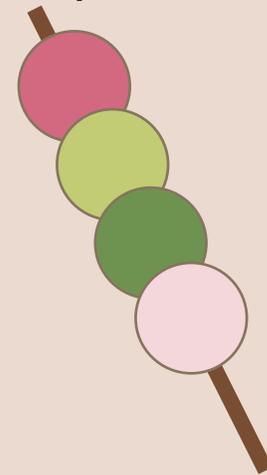
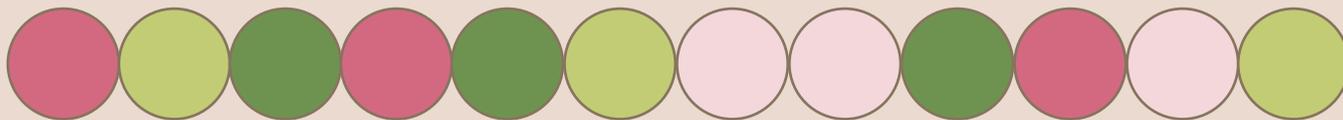
小課題 2 $N=100$ $M=10$

11

団子チェッカーで「団子 1 串作れる」と判定される条件

→すべての色が揃う必要あり=1つでも欠けていると判定されない

→全選択し、いくつか取り除いて判定



小課題 2 $N=100$ $M=10$

12

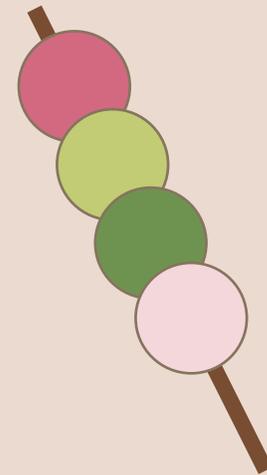
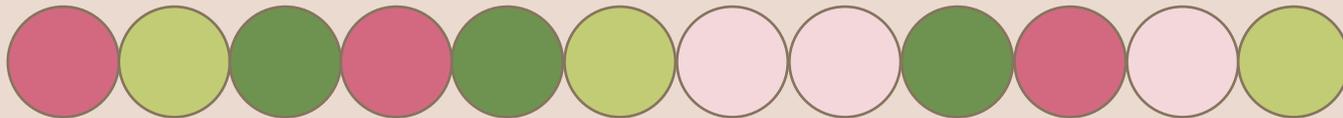
団子チェッカーで「団子 1 串作れる」と判定される条件

→すべての色が揃う必要あり=1つでも欠けていると判定されない

→全選択し、いくつか取り除いて判定

最悪はざっくり $N \times M^2 / 2 = 50000$ 回

これはざっくり見積もりすぎで、もうちょっと回数は少ない



小課題

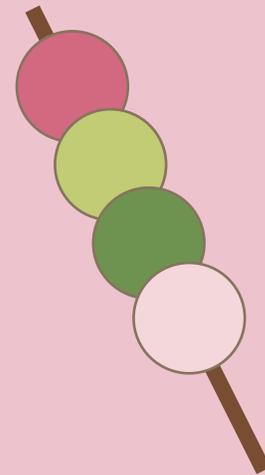
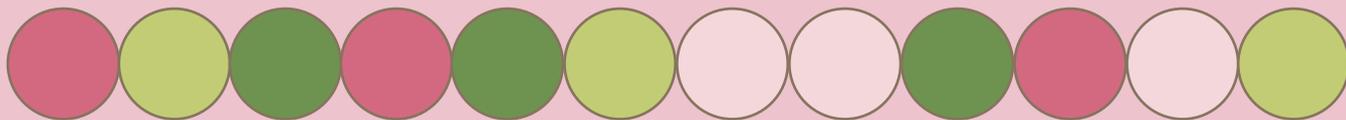
13

1. $N=4, M=4$
2. $N=100, M=10$
3. $N=200, M=25$
4. $N=400, M=25$

小課題 3 $N=200$ $M=25$

14

小課題 2: 全選択し、いくつか取り除いて判定
最悪はざっくり $N \times M^2/2$ 回

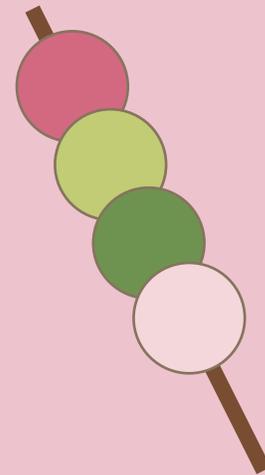
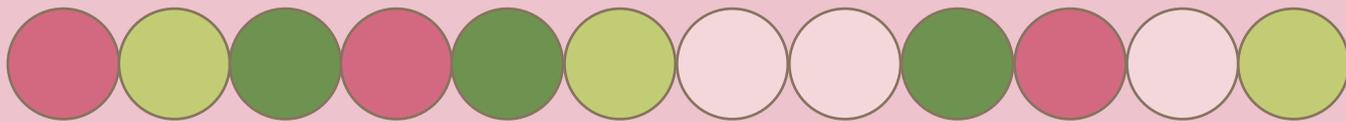


小課題 3 $N=200$ $M=25$

15

小課題 2: 全選択し、いくつか取り除いて判定

最悪はざっくり $N \times M^2/2$

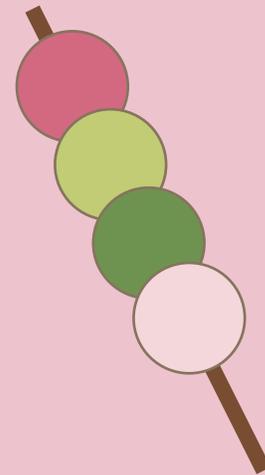
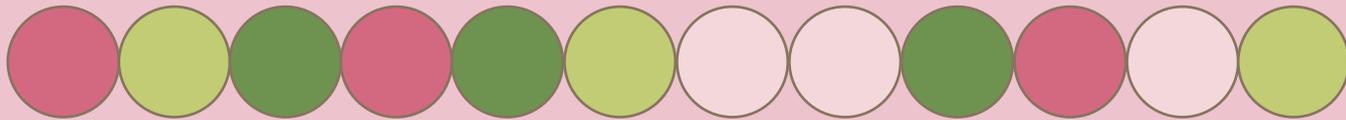


小課題 3 $N=200$ $M=25$

16

小課題 2: 全選択し、いくつか取り除いて判定

最悪 はざっくり $N \times M^2/2$



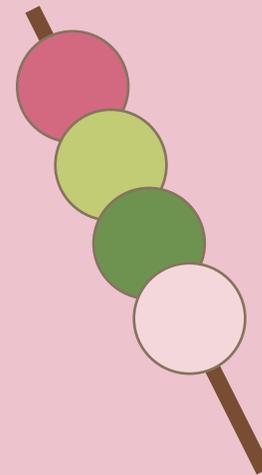
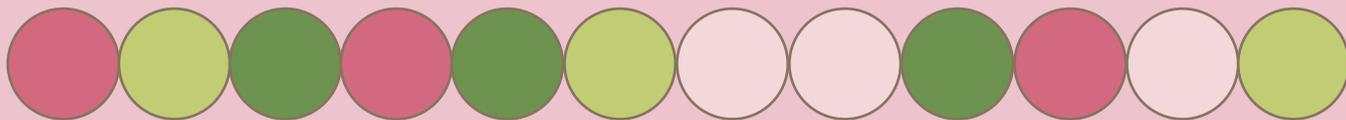
小課題 3 $N=200$ $M=25$

17

小課題 2: 全選択し、いくつか取り除いて判定

平均 はざっくり $NM \log_e N$ 回

ランダムに選ぶと調和級数に落ちる 27000回くらい



これを撃墜するジャッジがこの世に存在する気がないので、書いてみると通ります

小課題 3 $N=200$ $M=25$

18

あまりに酷い解法を紹介してしまったので
マシな解法も紹介します

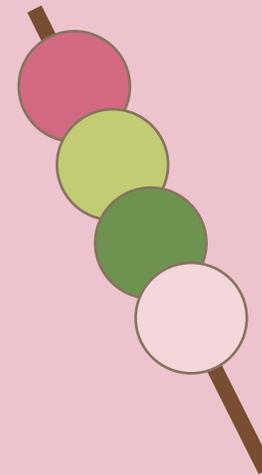
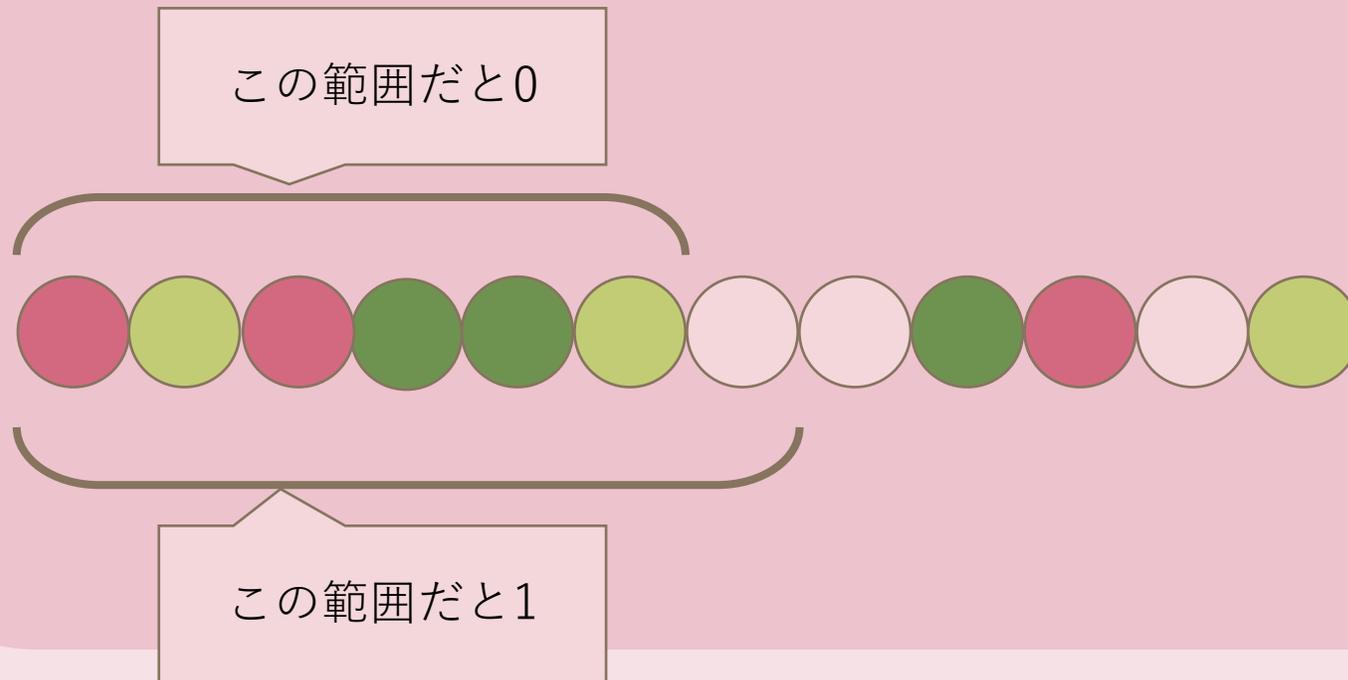
小課題 3 $N=200$ $M=25$

19

思い出そう

団子チェッカーで「団子 1 串作れる」と判定される条件

→すべての色が揃う必要あり



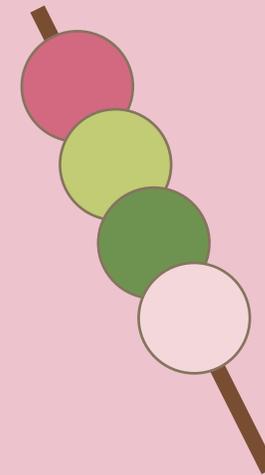
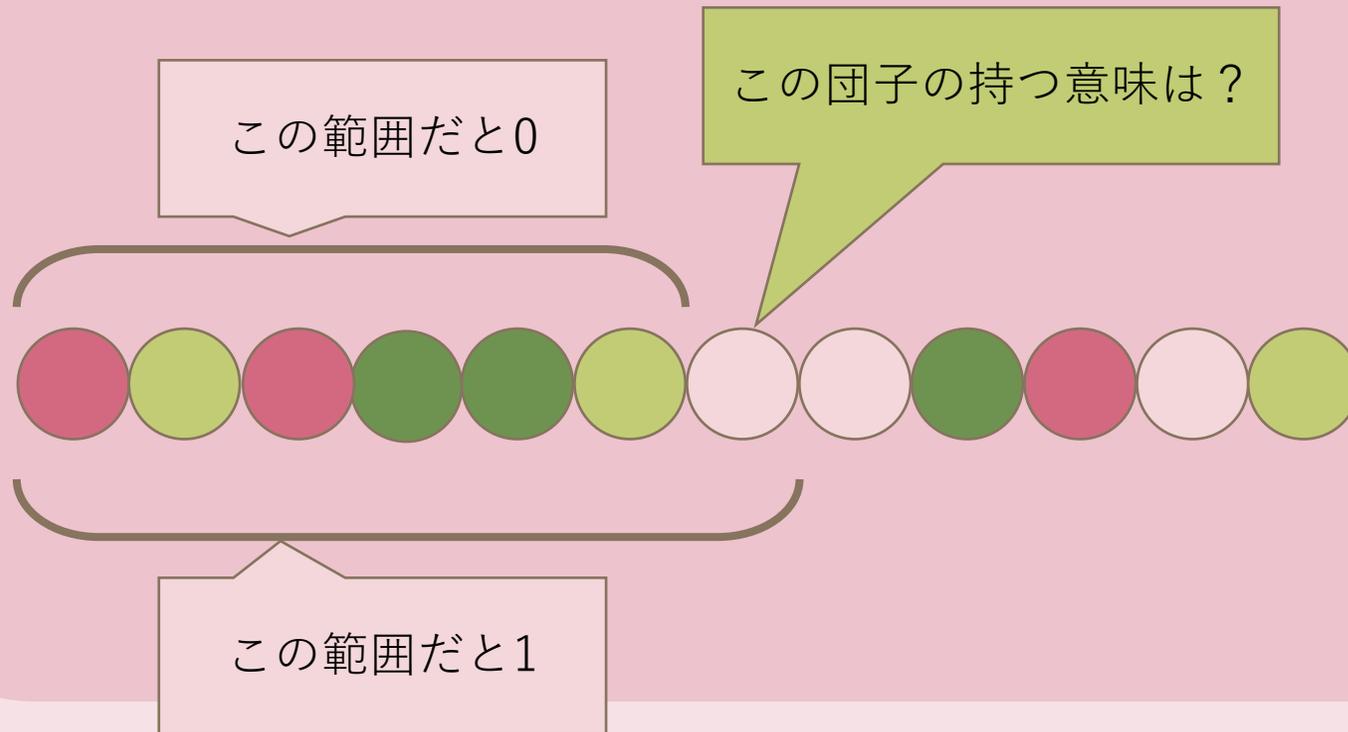
小課題 3 $N=200$ $M=25$

20

思い出そう

団子チェッカーで「団子1串作れる」と判定される条件

→すべての色が揃う必要あり



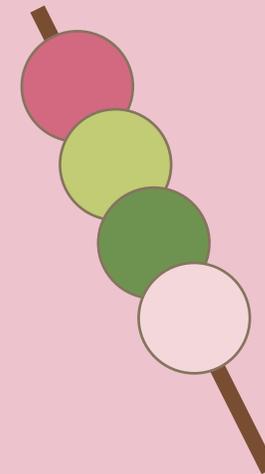
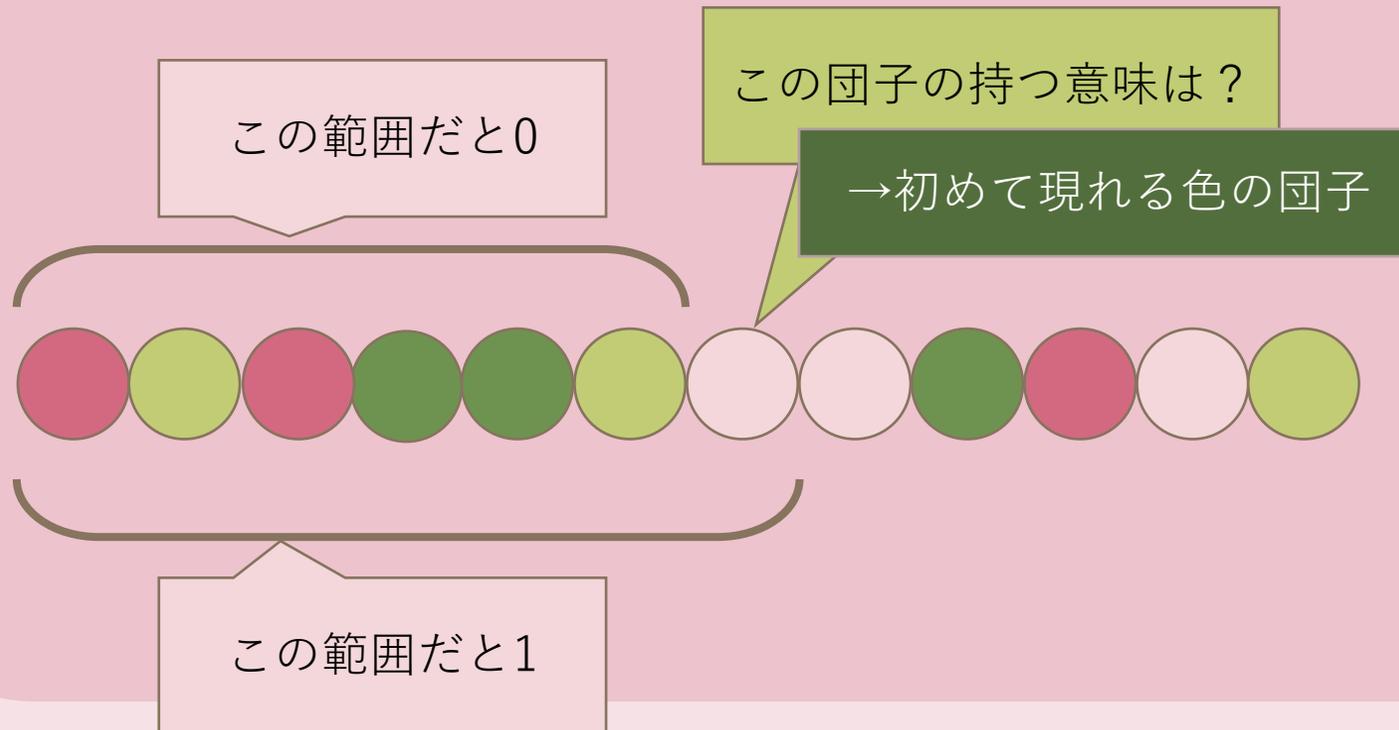
小課題 3 $N=200$ $M=25$

21

思い出そう

団子チェッカーで「団子1串作れる」と判定される条件

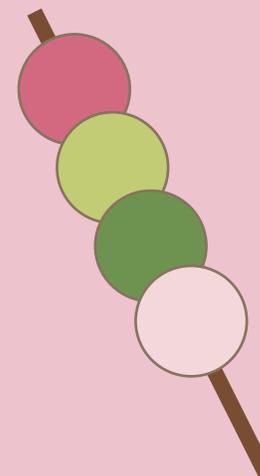
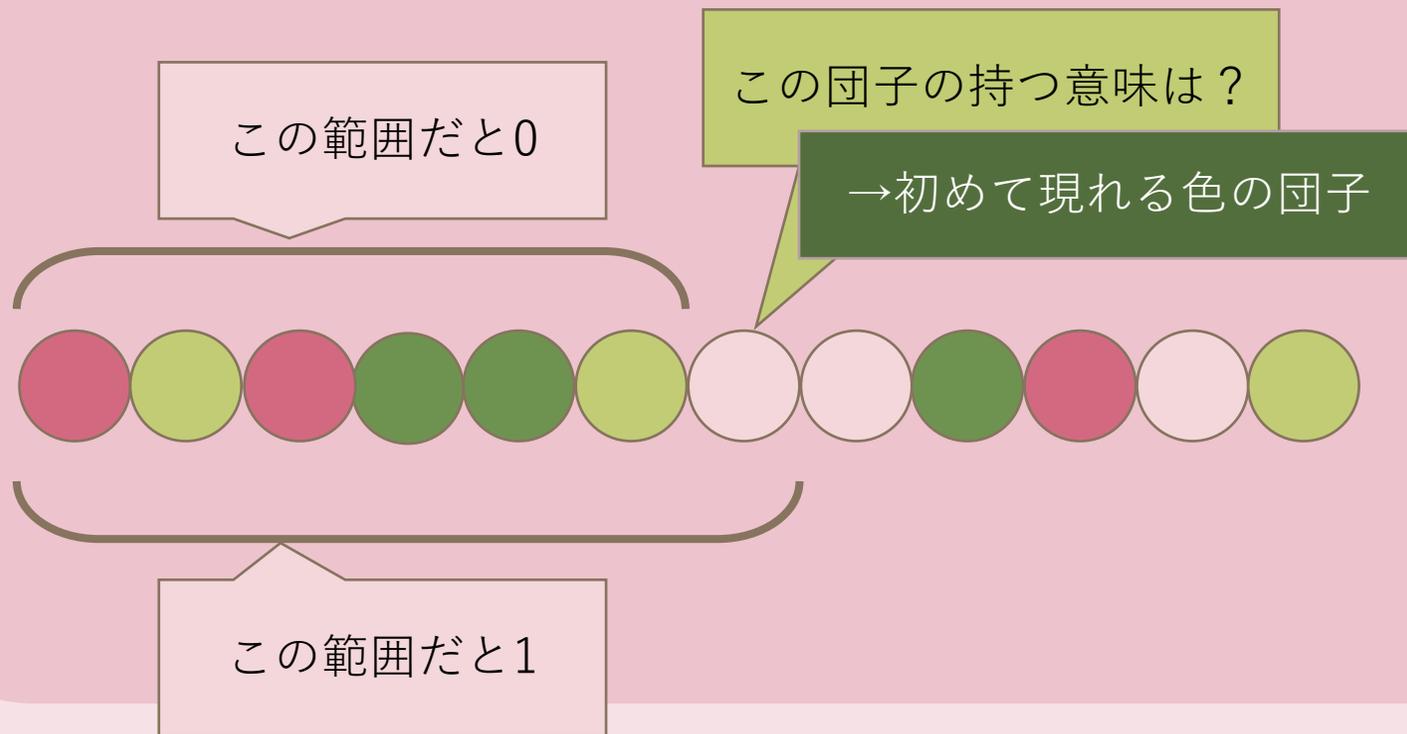
→すべての色が揃う必要あり



小課題 3 $N=200$ $M=25$

22

二分探索で「初出の団子」の位置が $\log(NM)$ 回でわかる

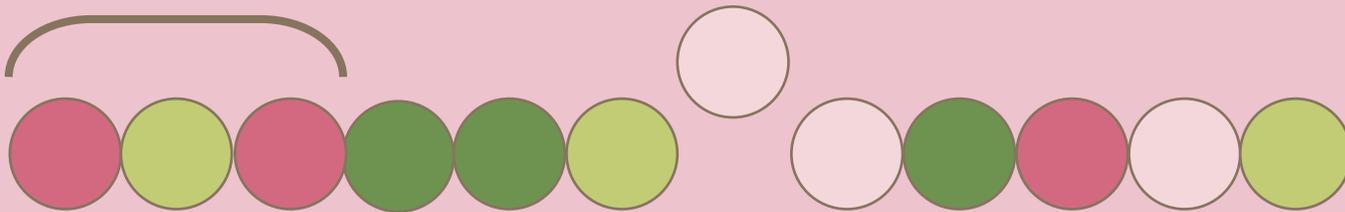


小課題 3 $N=200$ $M=25$

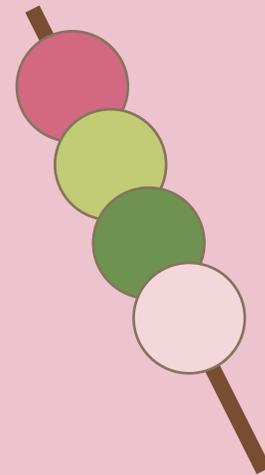
23

二分探索で「初出の団子」の位置が $\log(NM)$ 回でわかる

この範囲+  だと0



この範囲+  だと1

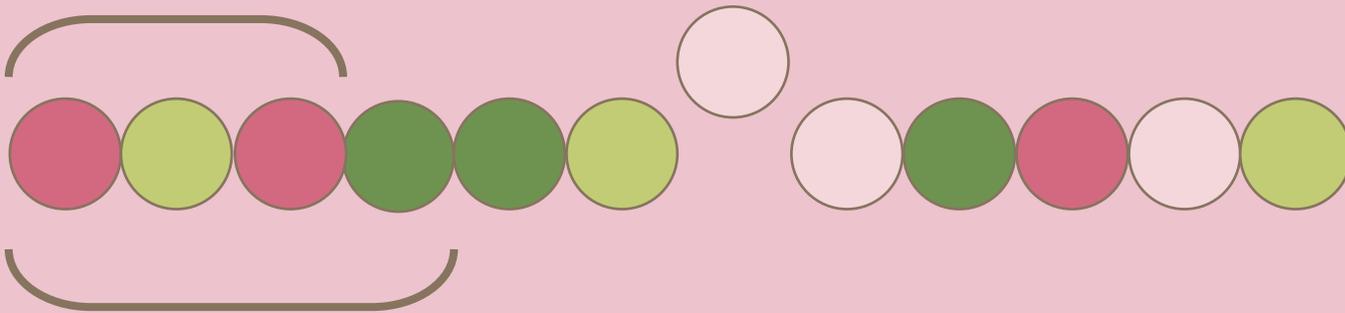


小課題 3 $N=200$ $M=25$

24

二分探索で「初出の団子」の位置が $\log(NM)$ 回でわかる
繰り返すと $N\log(NM)$ 回で1本の串団子が作れる

この範囲+  だと0



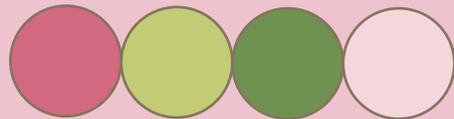
この範囲+  だと1

小課題 3 $N=200$ $M=25$

25

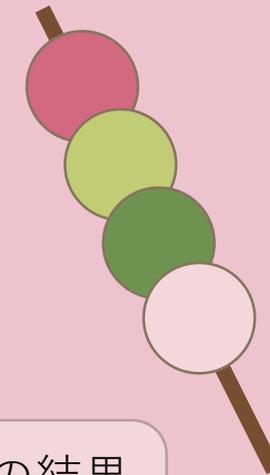
団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる (スライドでは二分探索をしていない)



使う

余り



クエリの結果

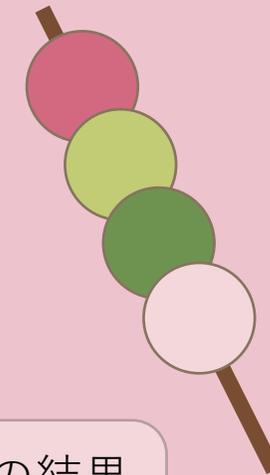
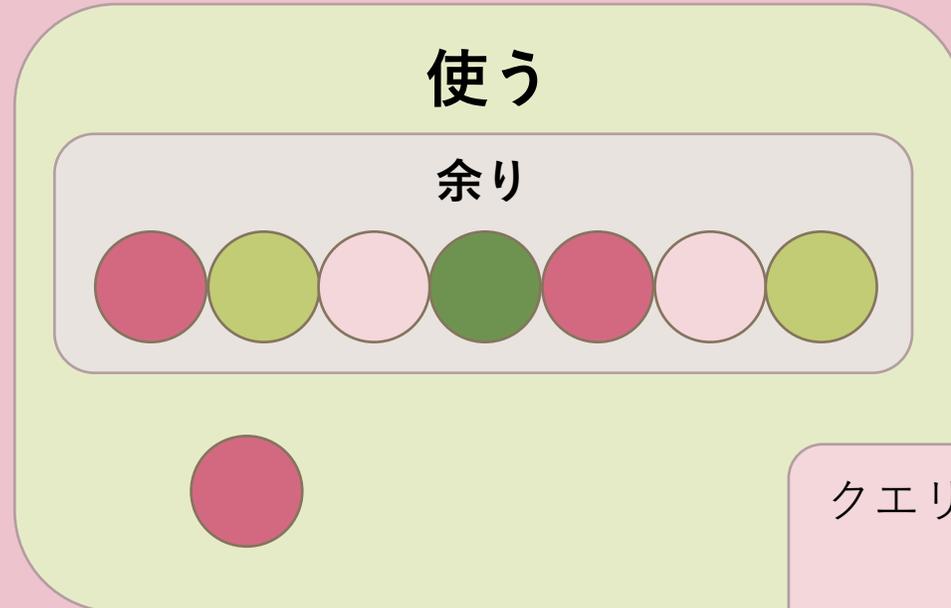
1

小課題 3 $N=200$ $M=25$

26

団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる (スライドでは二分探索をしていない)



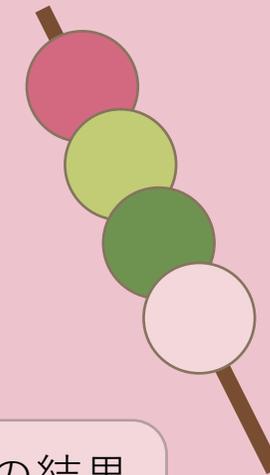
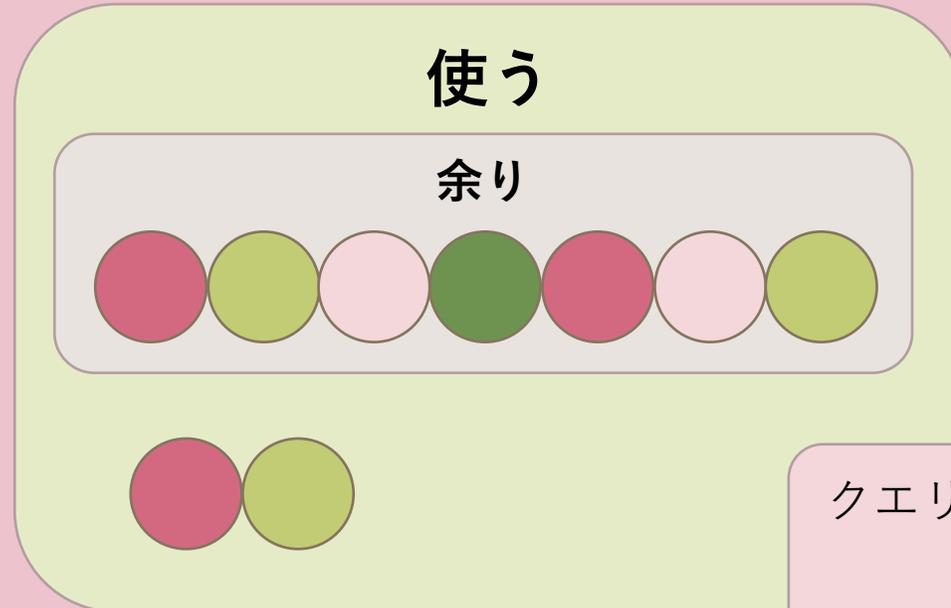
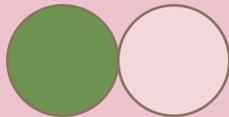
クエリの結果
1

小課題 3 $N=200$ $M=25$

27

団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる (スライドでは二分探索をしていない)



クエリの結果
1

小課題 3 $N=200$ $M=25$

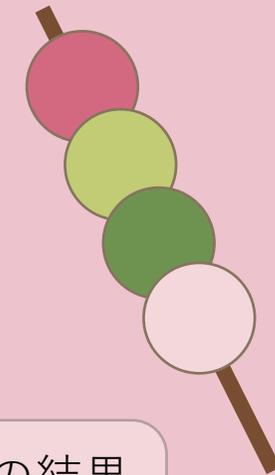
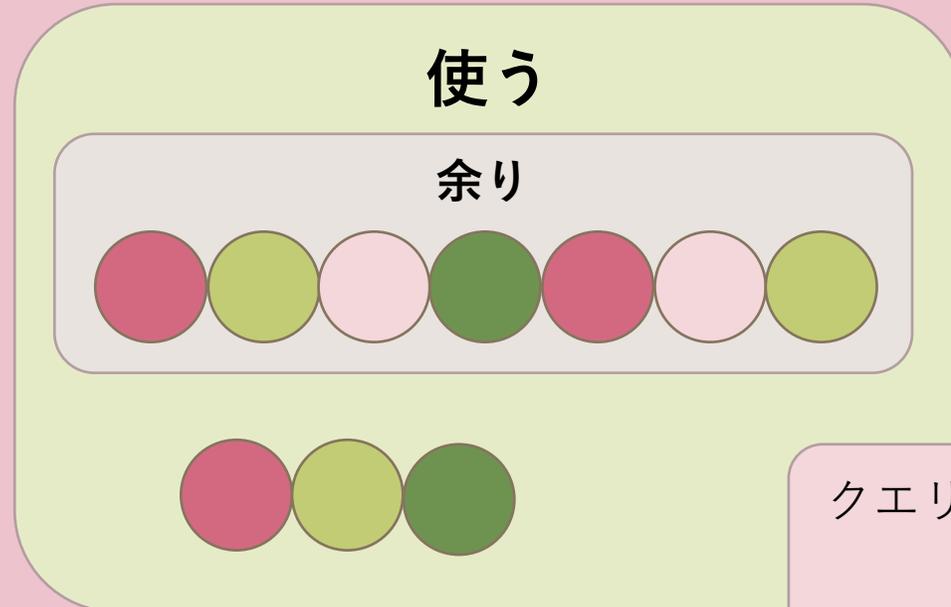
28

団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる (スライドでは二分探索をしていない)



←知りたい



クエリの結果

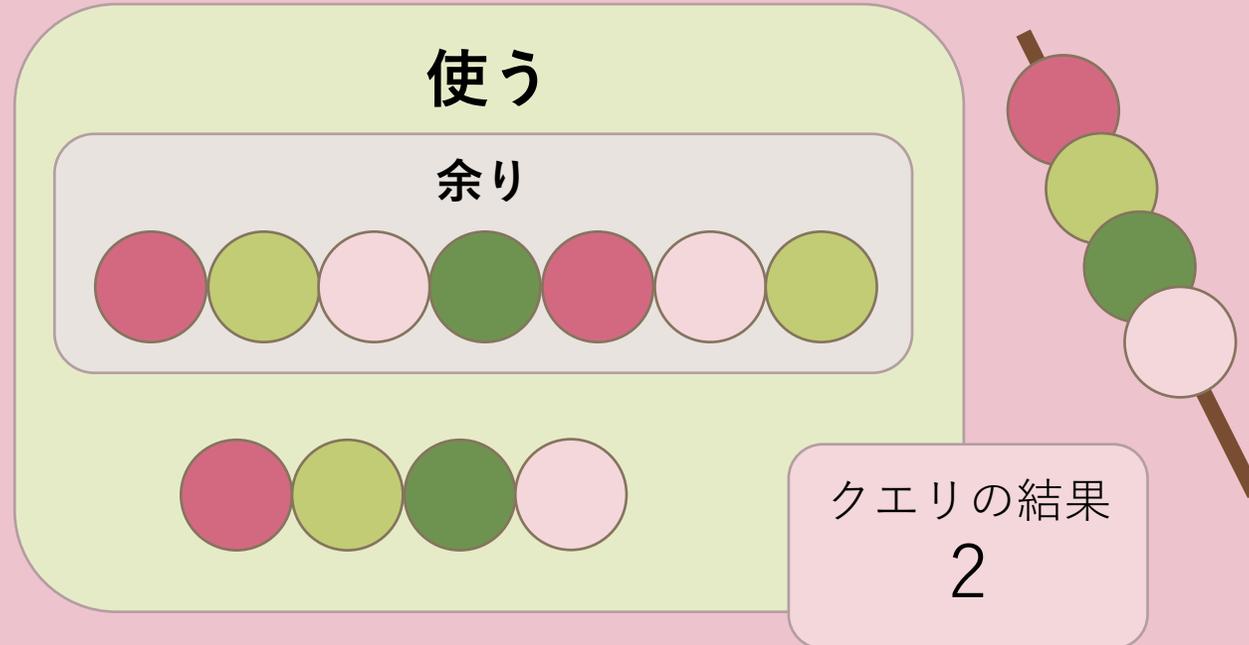
2

小課題 3 $N=200$ $M=25$

29

団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる (スライドでは二分探索をしていない)



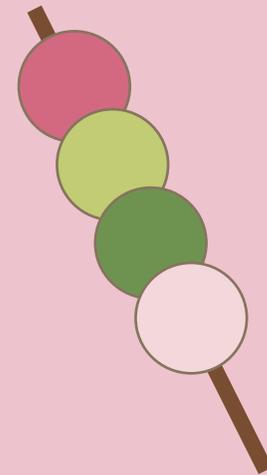
小課題 3 $N=200$ $M=25$

30

団子が1串作れたら

残ったそれぞれの団子について全体から取り除いて質問して
どの色であるか二分探索ができる

$$N \log(NM) + NM \log N = 41000 \text{ 回くらい}$$



小課題

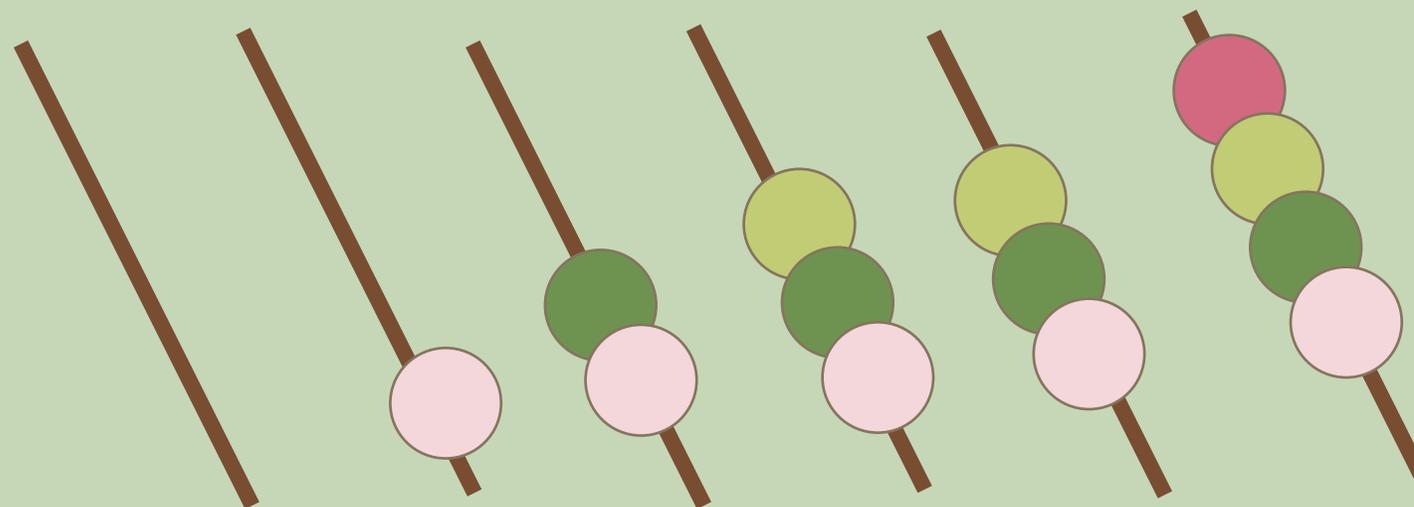
31

1. $N=4, M=4$
2. $N=100, M=10$
3. $N=200, M=25$
4. $N=400, M=25$

小課題 4 $N=400$ $M=25$

32

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える

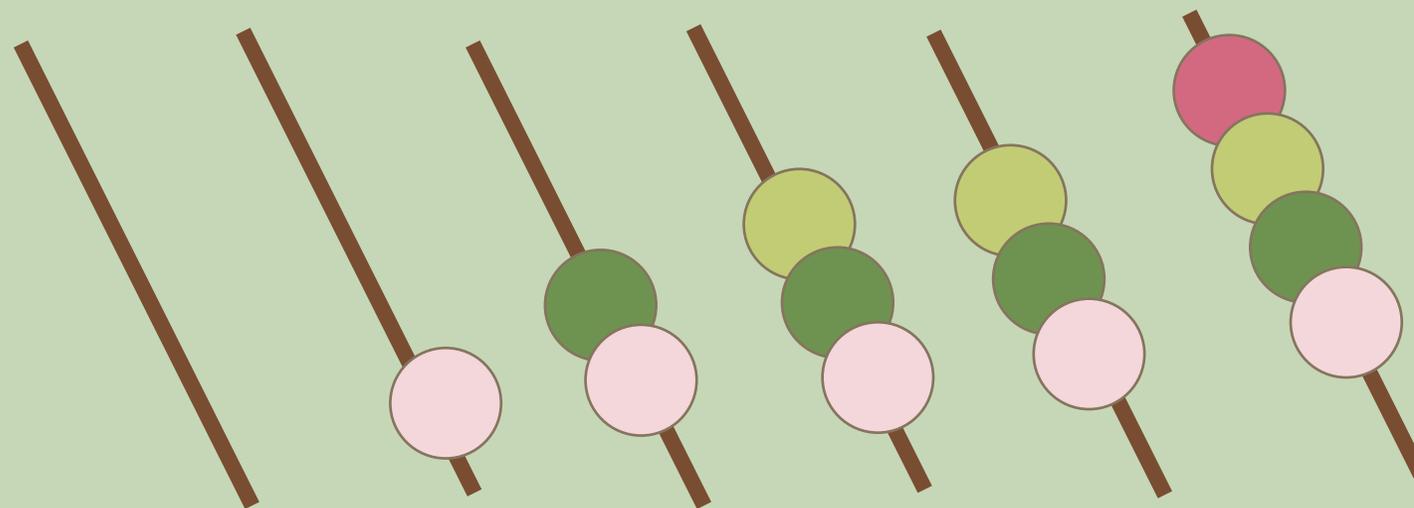


この後に説明する操作をすると 上図のように単調性をもつように串に団子を刺せる

小課題 4 $N=400$ $M=25$

33

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する



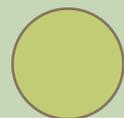
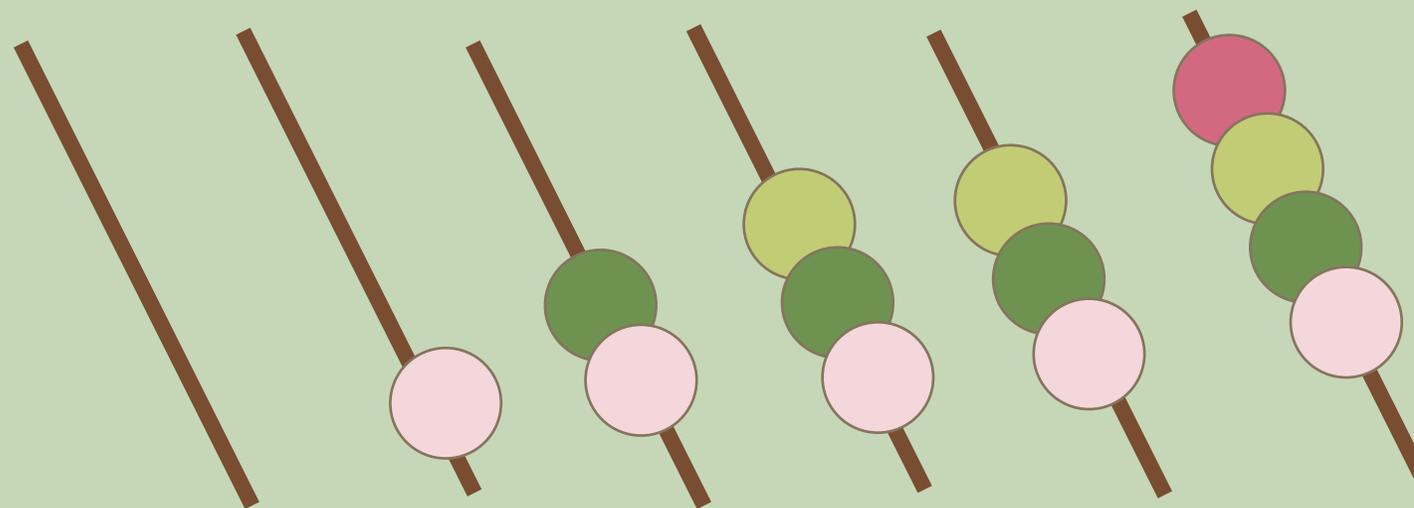
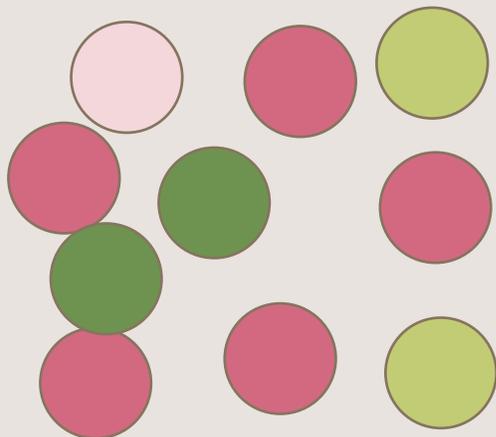
この後に説明する操作をすると 上図のように単調性をもつように串に団子を刺せる

小課題 4 $N=400$ $M=25$

34

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)

未確定



←どこに刺せるか知りたい

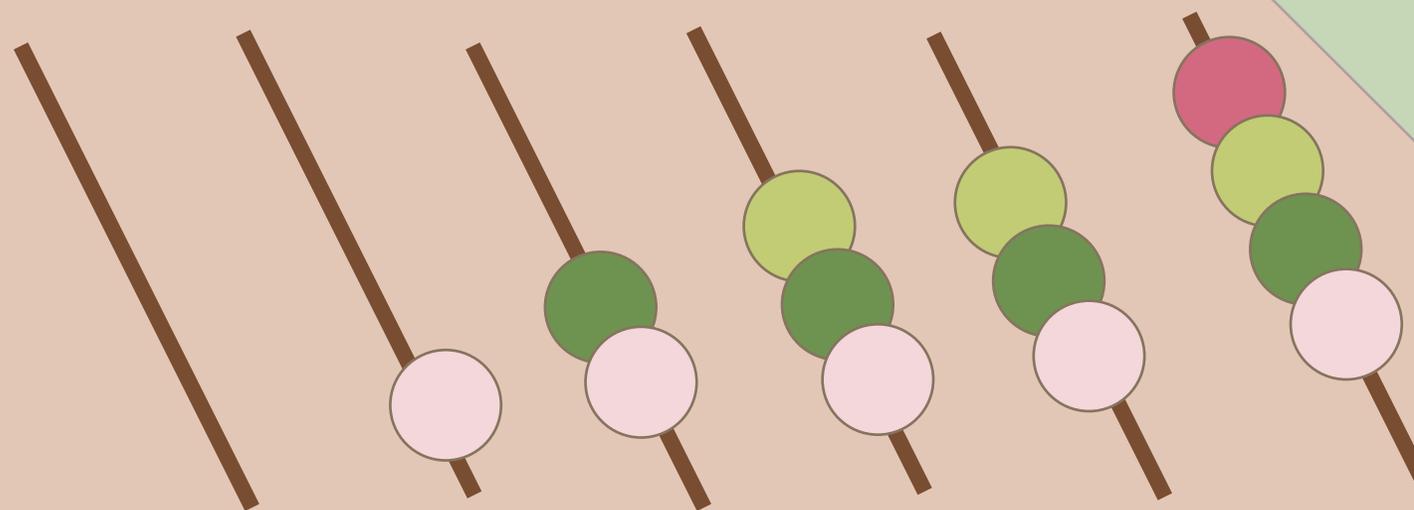
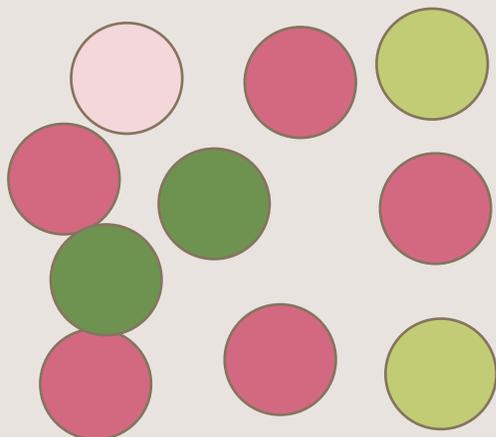
小課題 4 $N=400$ $M=25$

35

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)

使う

未確定



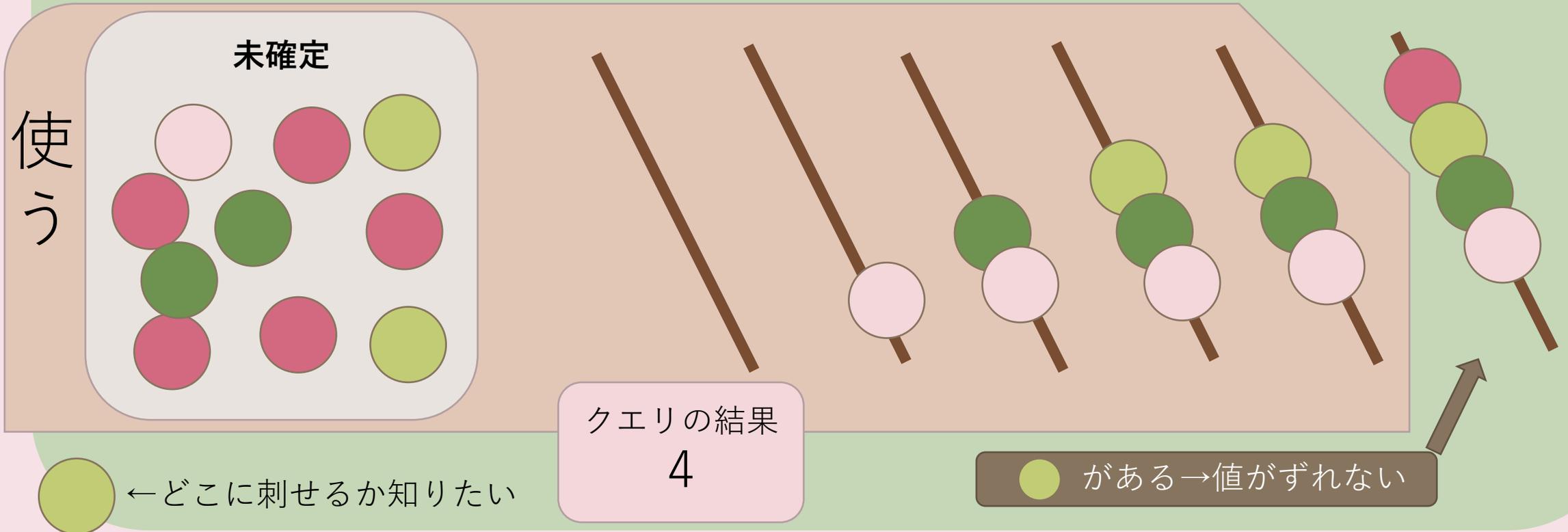
クエリの結果
5

 ←どこに刺せるか知りたい

 がある → 値がずれない

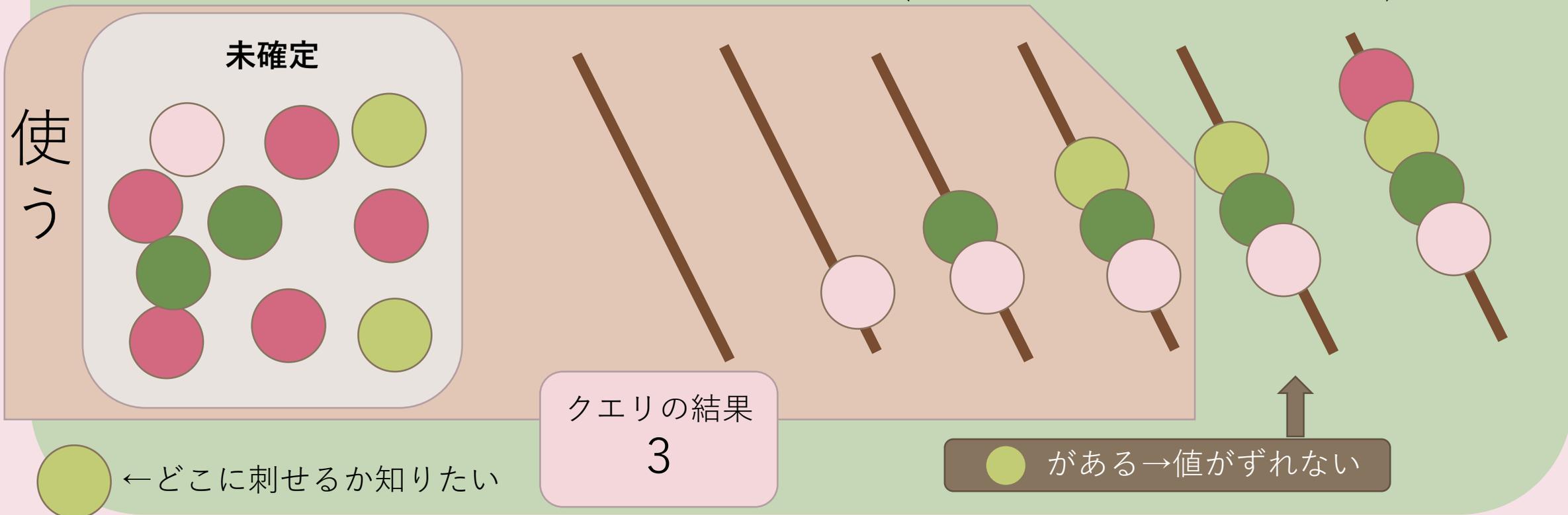
小課題 4 $N=400$ $M=25$

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)



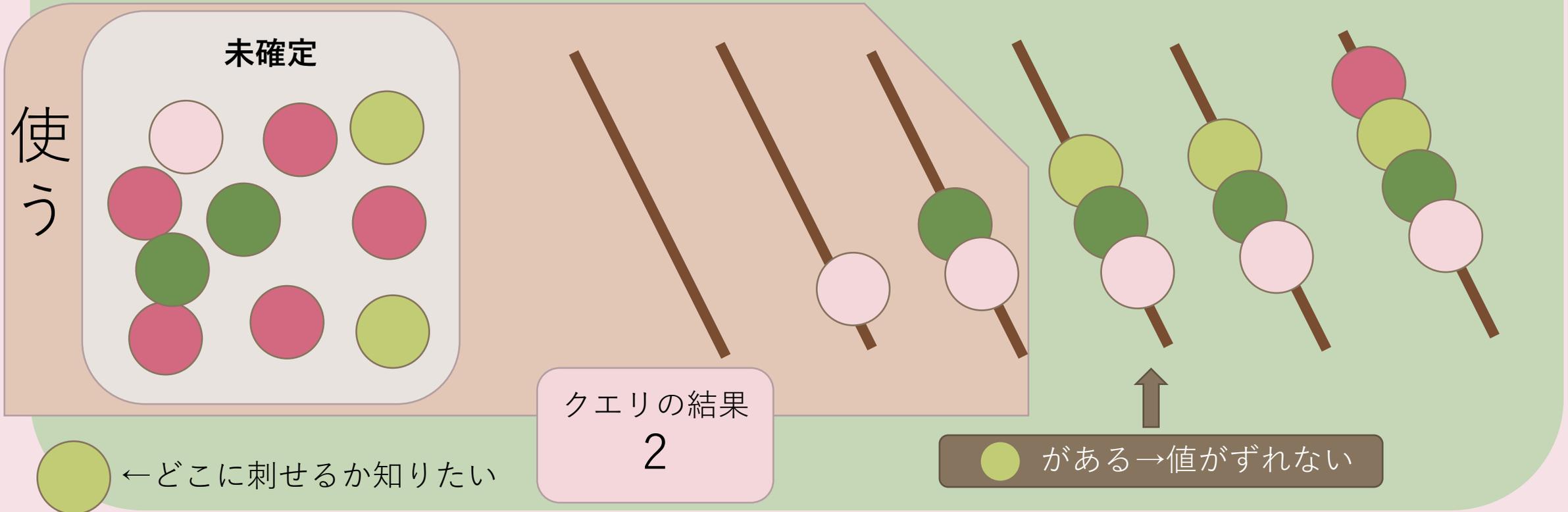
小課題 4 $N=400$ $M=25$

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)



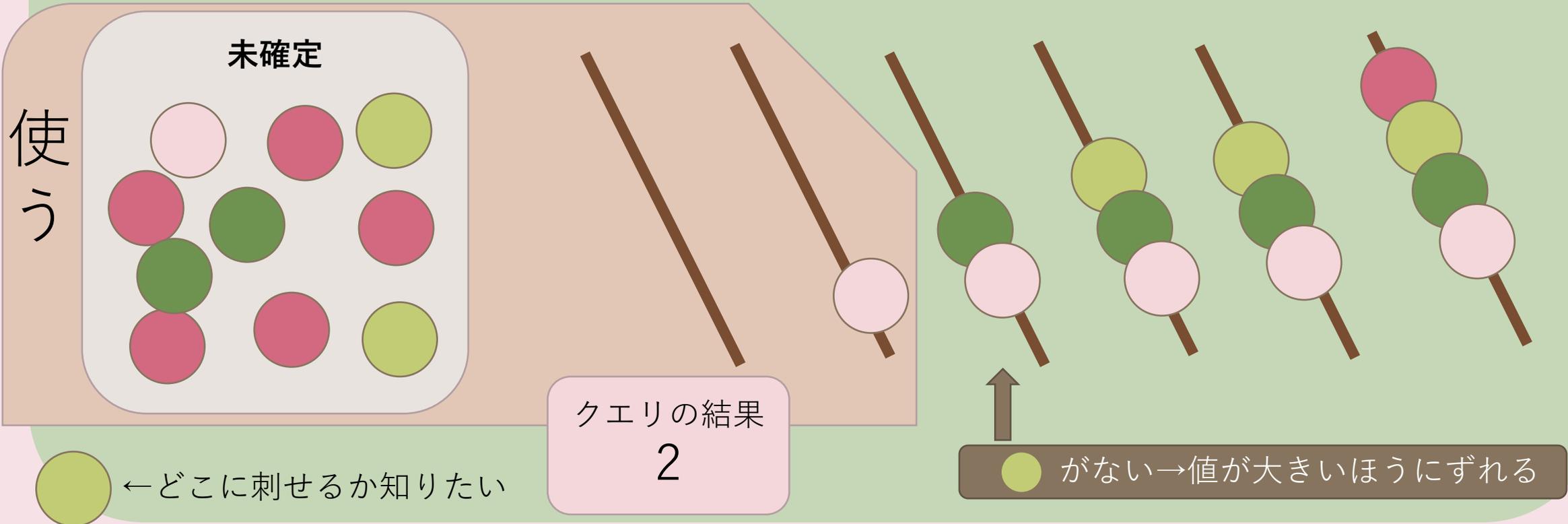
小課題 4 $N=400$ $M=25$

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)



小課題 4 $N=400$ $M=25$

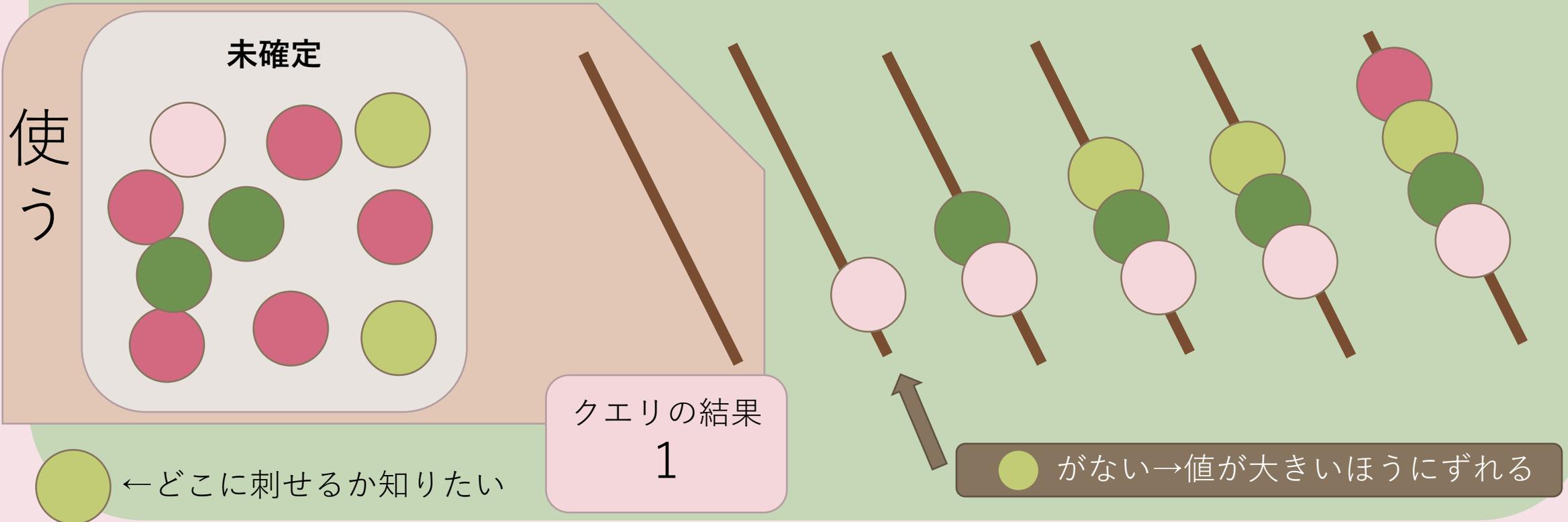
串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)



小課題 4 $N=400$ $M=25$

40

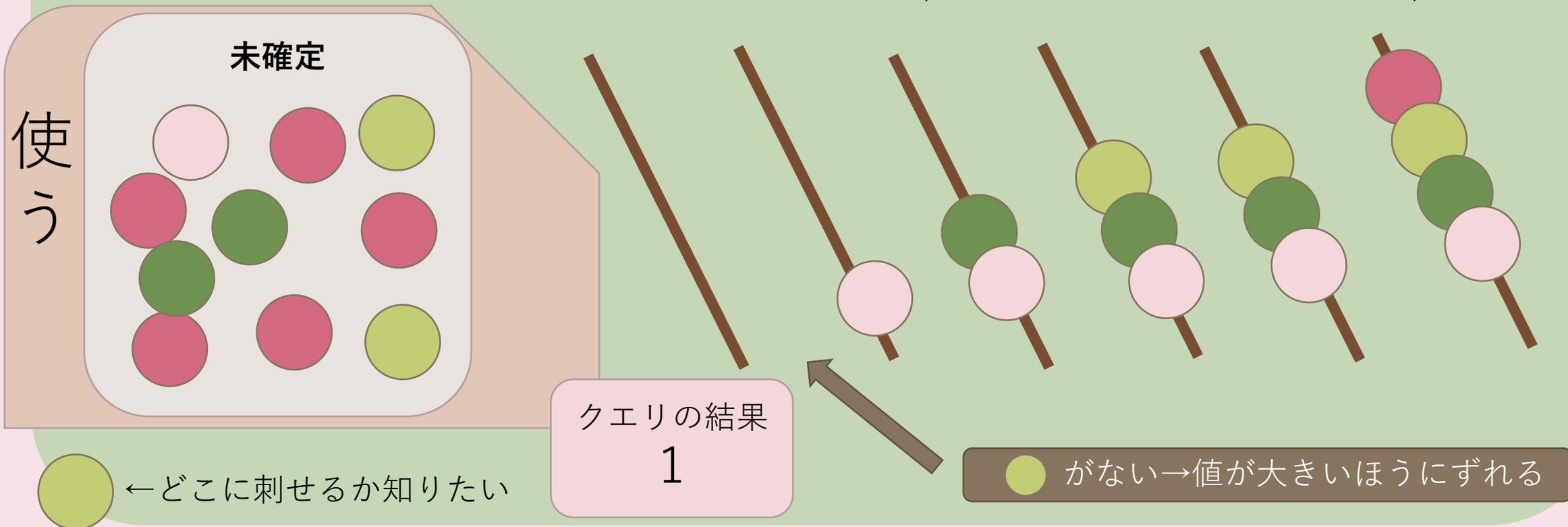
串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)



小課題 4 $N=400$ $M=25$

41

串をM本用意して 串に団子を刺していくことを考える
どこの串に刺せるかを二分探索する (スライドだと二分探索していない)

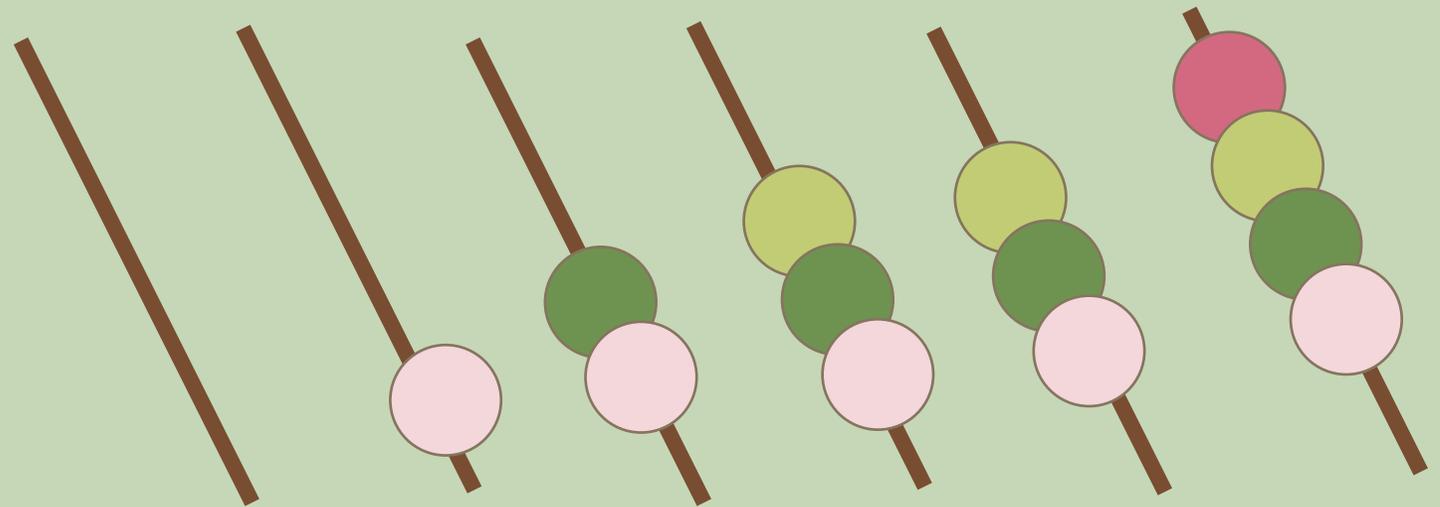
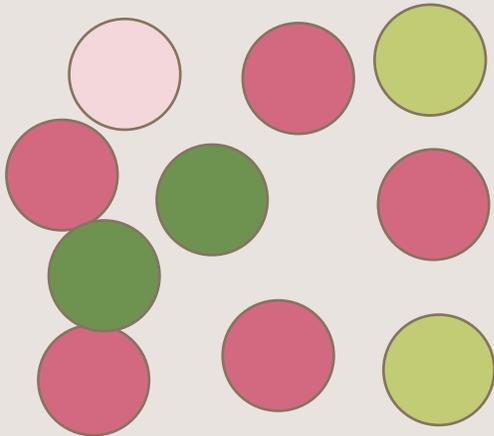


小課題 4 $N=400$ $M=25$

42

$NM \log M = 45000$ くらい

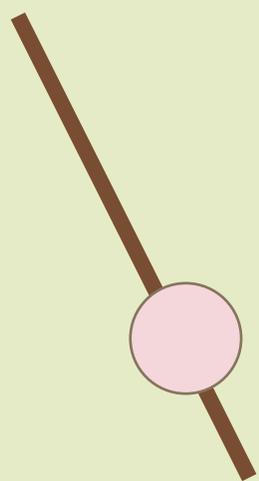
未確定



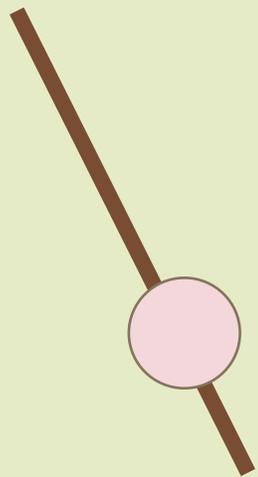
←どこに刺せるか知りたい

得点分布 JOI

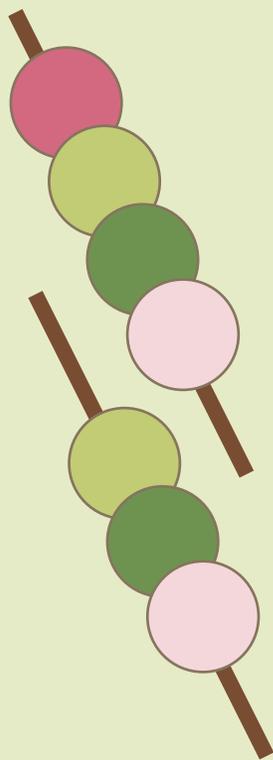
43



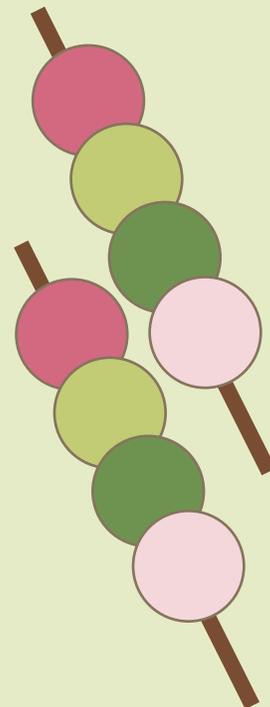
0



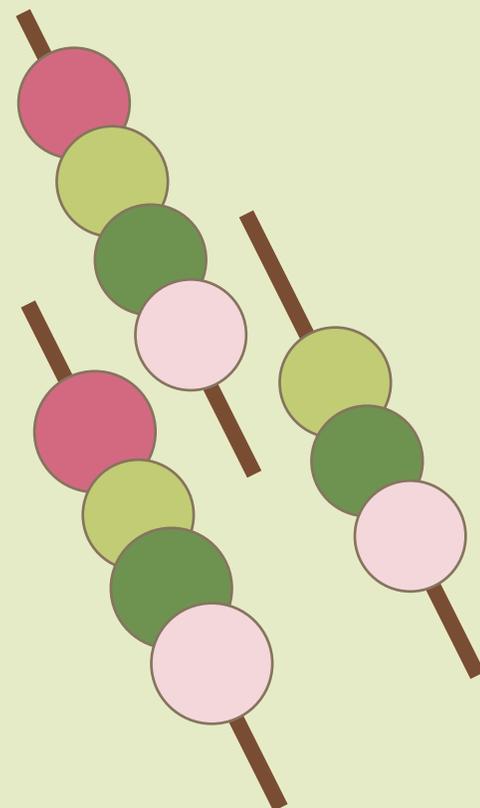
2



7



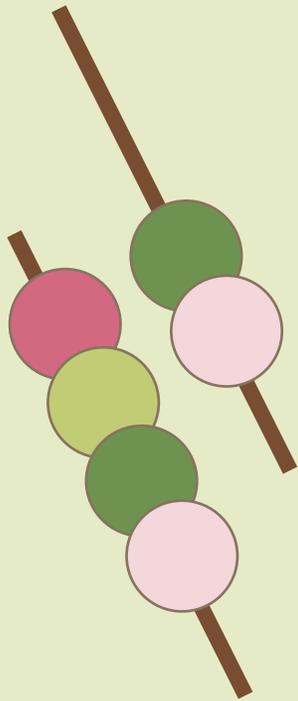
22



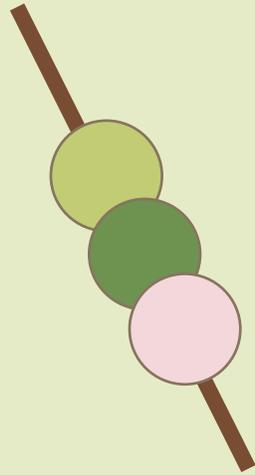
100

得点分布 JOIG

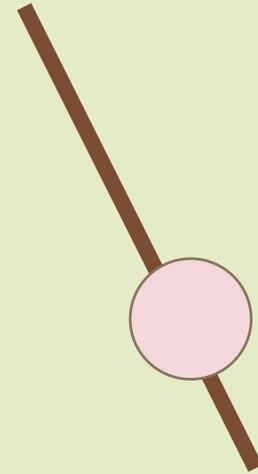
44



0



5



100