

Dangerous Skating

危険なスケート 解説

今西 健介 (@japlj)

情報オリンピック 2015-2016 春季トレーニング合宿 競技日4

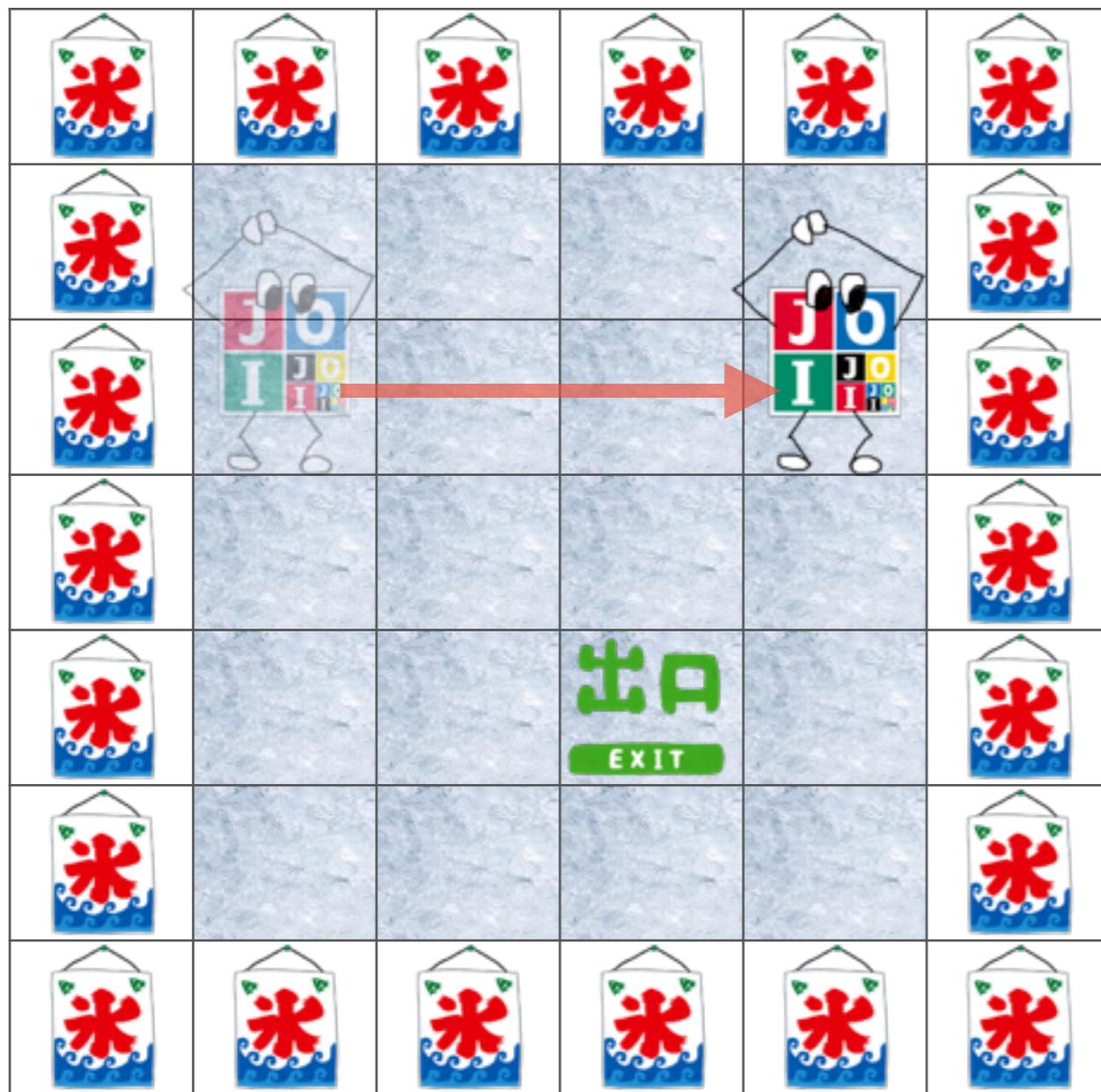
問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



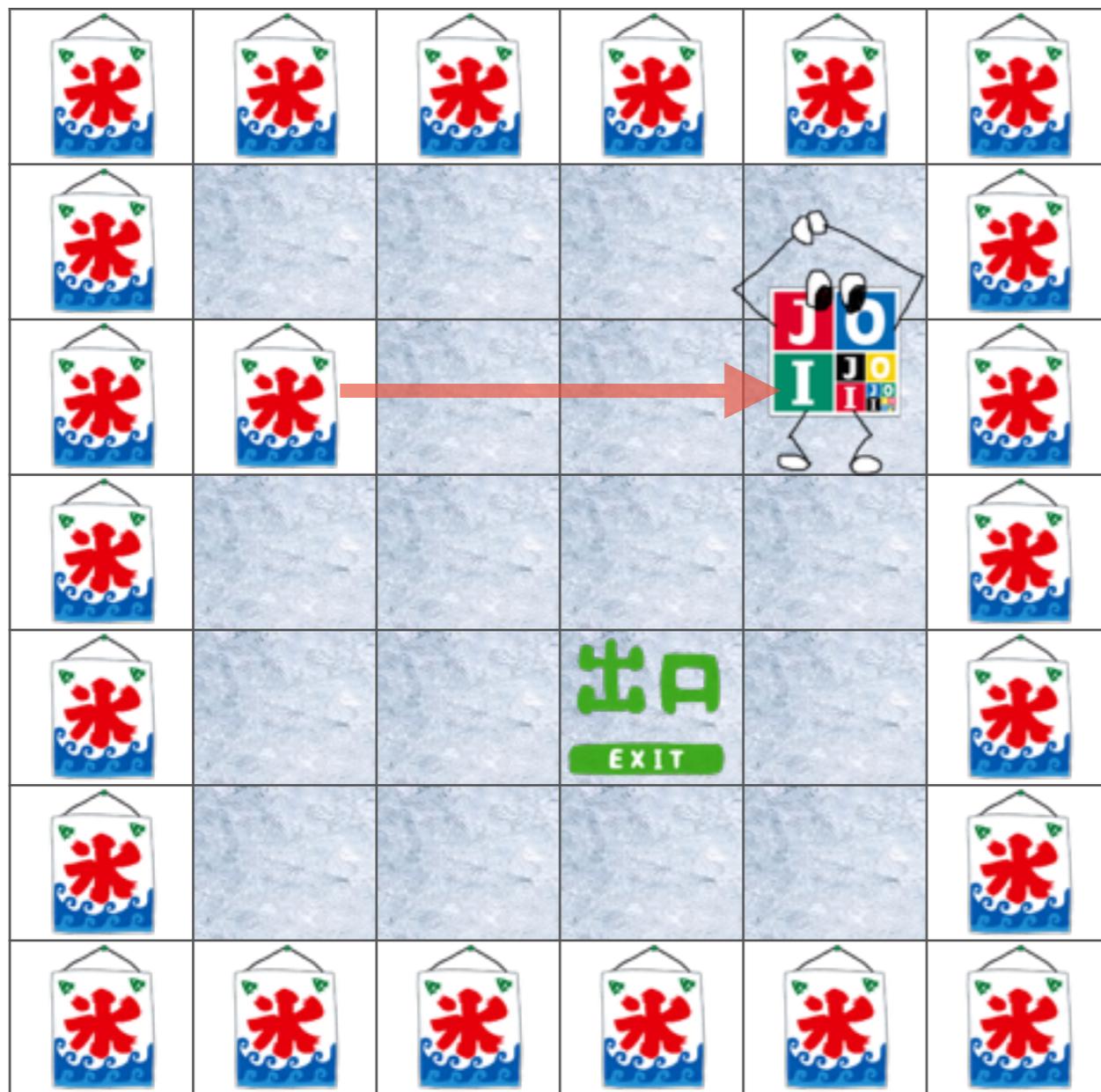
問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



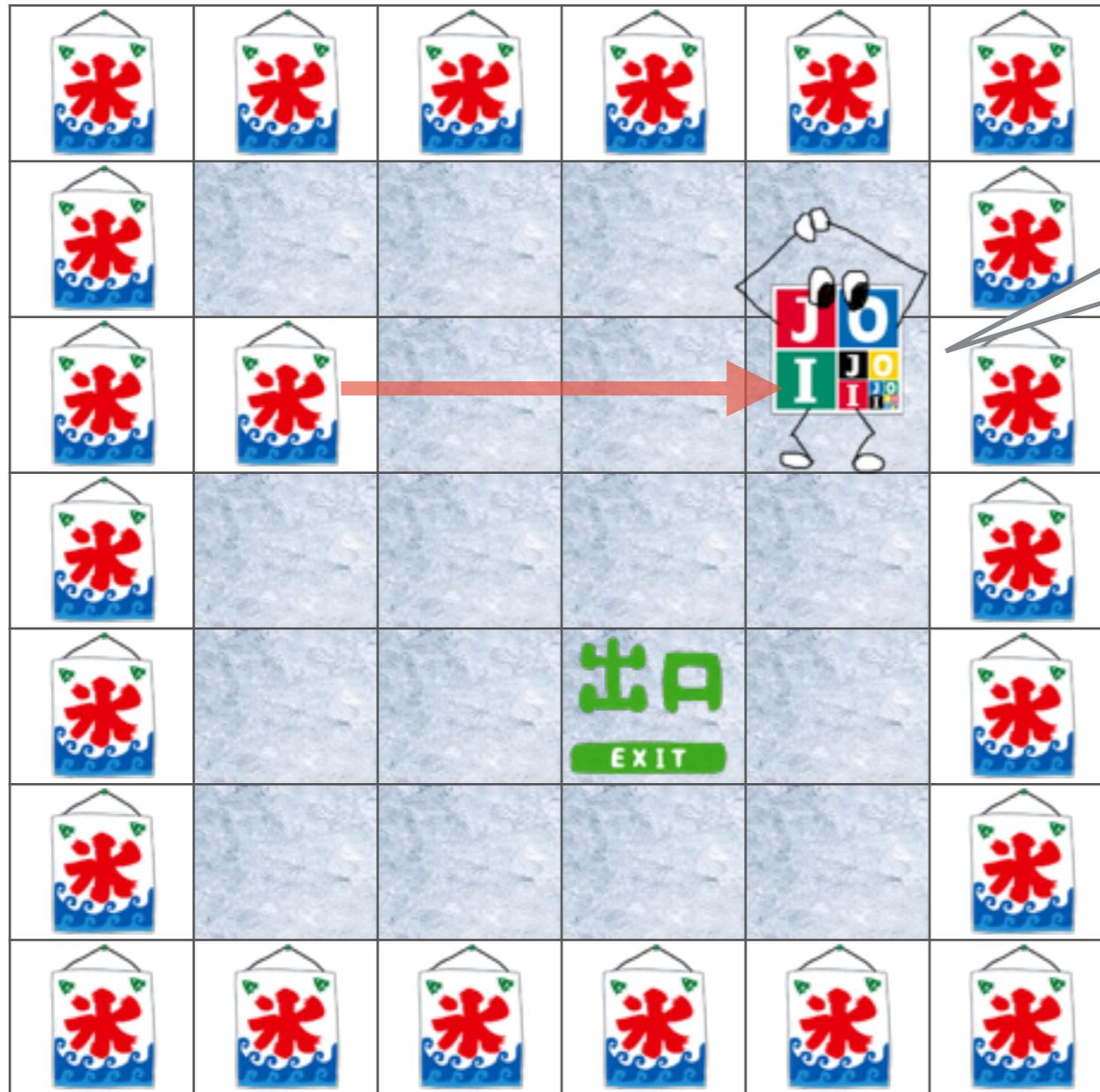
問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



問題概要

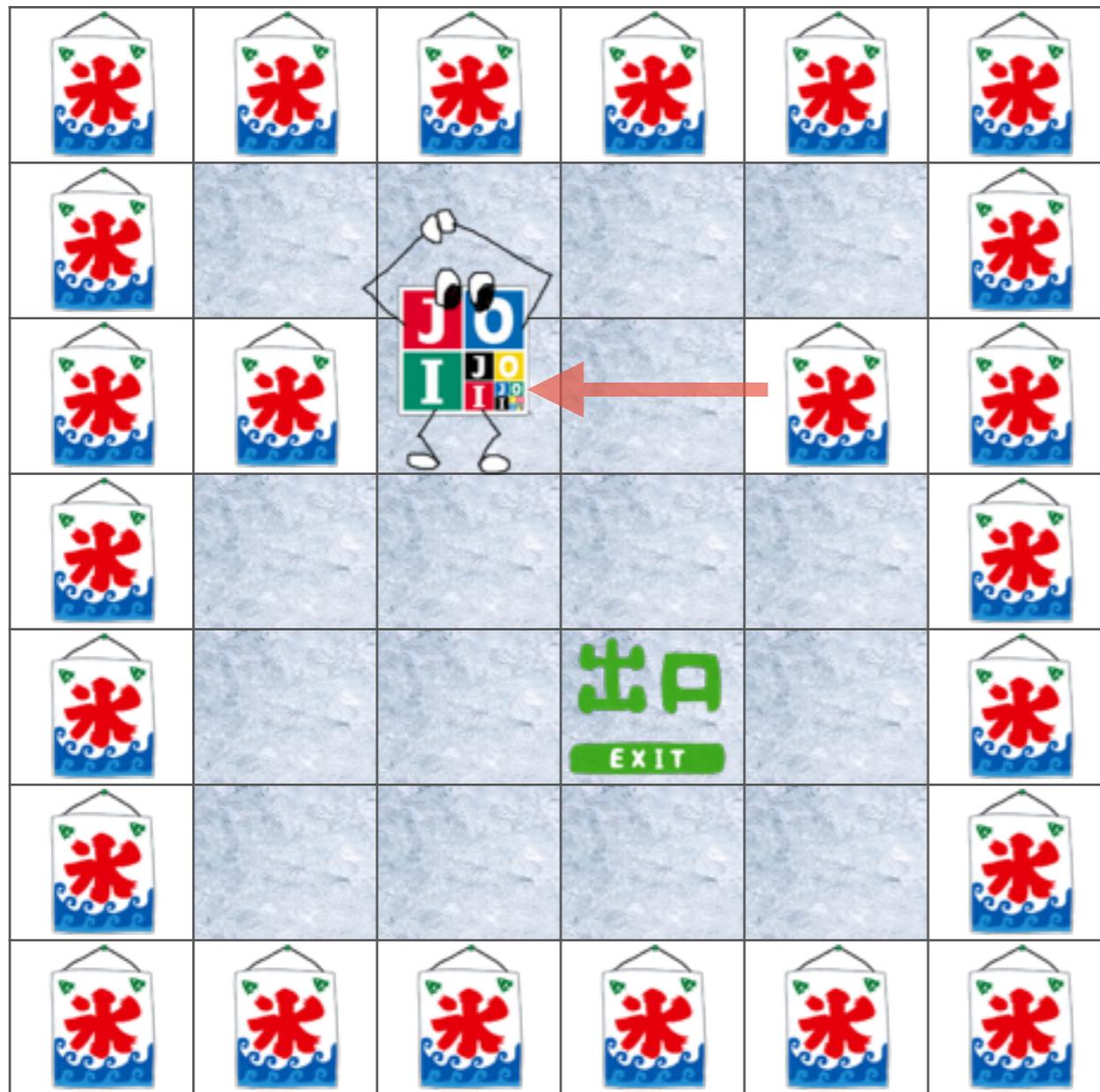
グリッド上で JOI 君がスケートをする



元いた場所に氷塊が！
コワイ！はよ帰る……

問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



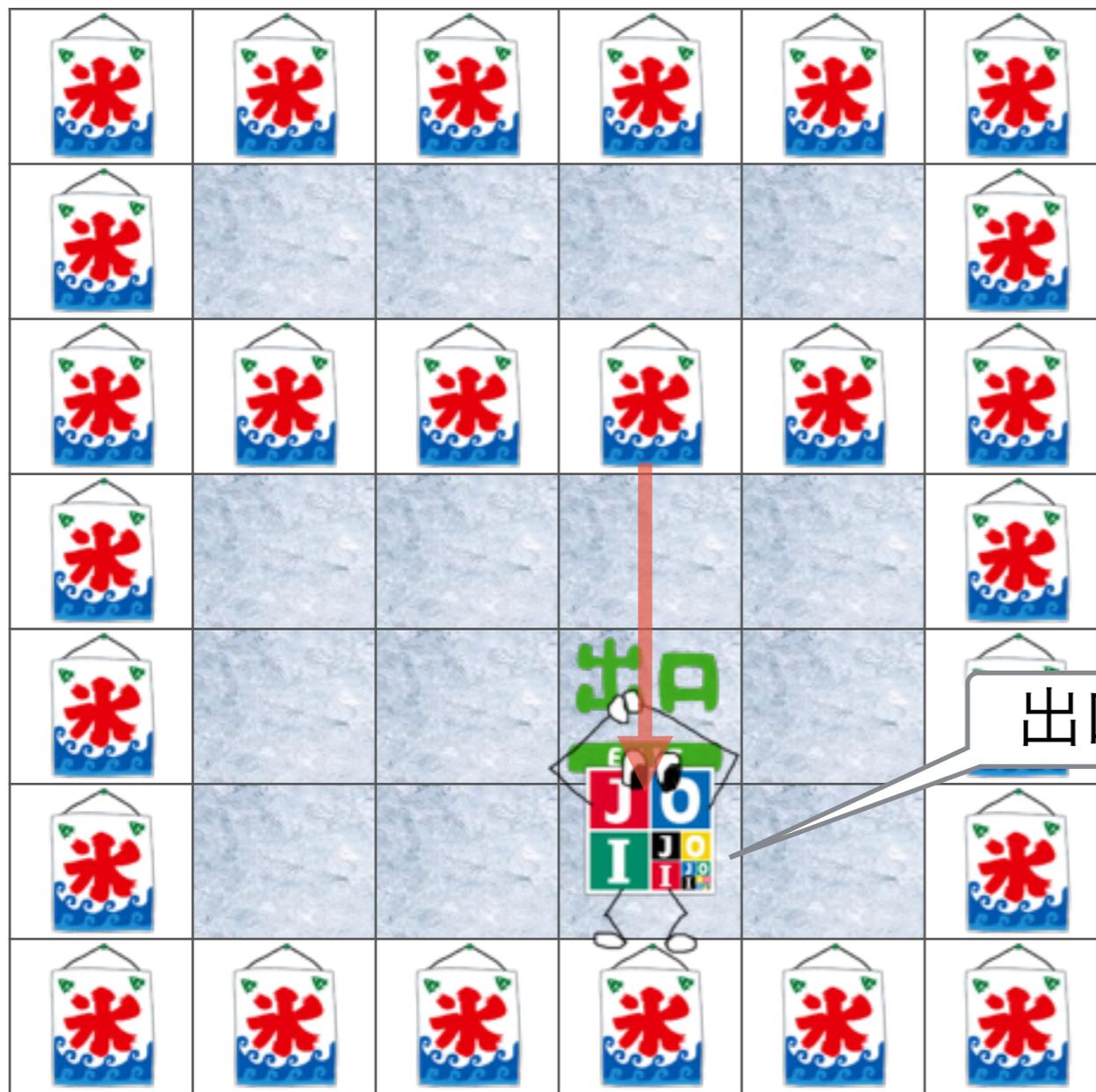
問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



問題概要

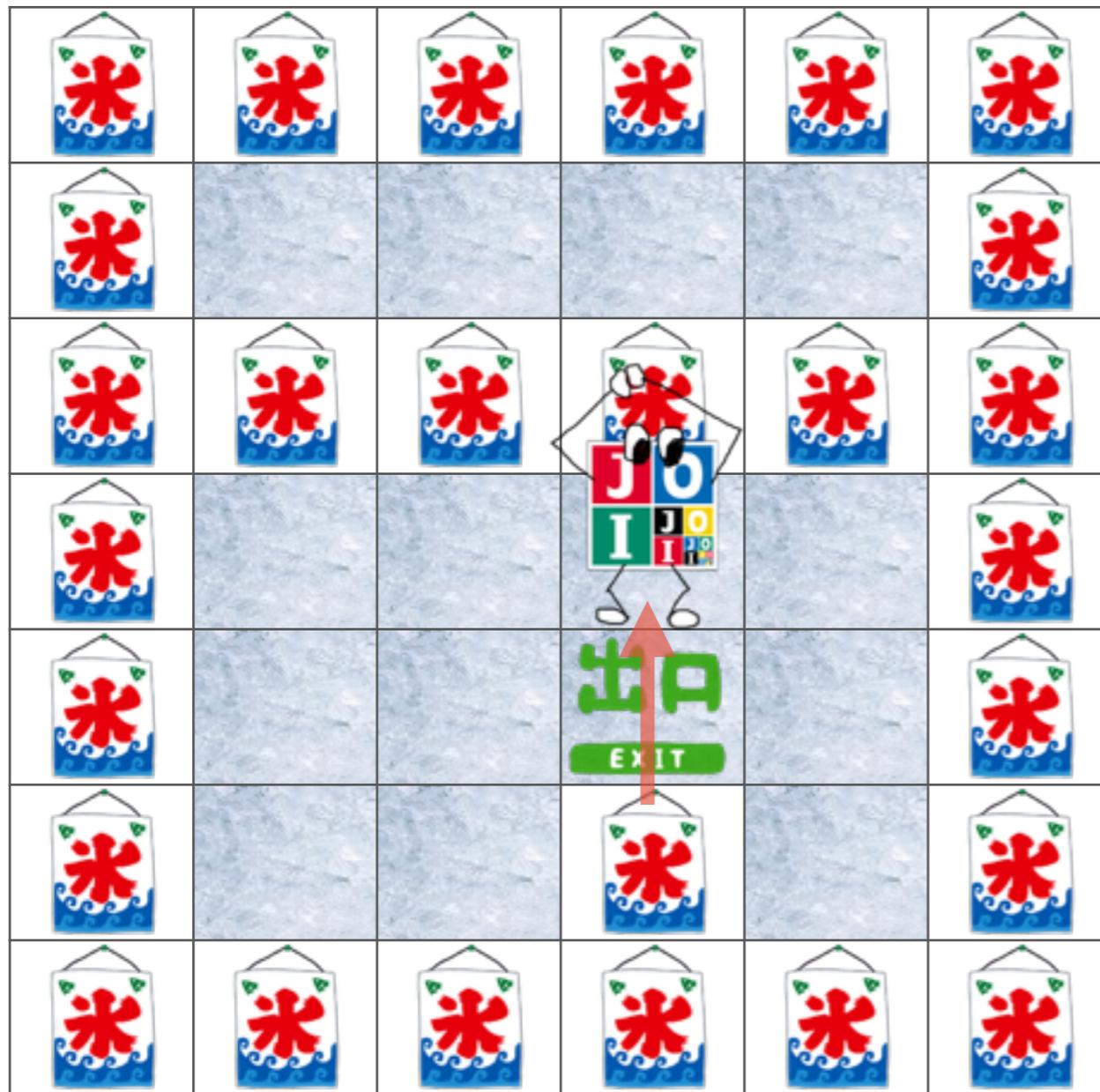
グリッド上で JOI 君がスケートをする



出口通りすぎてしまった……

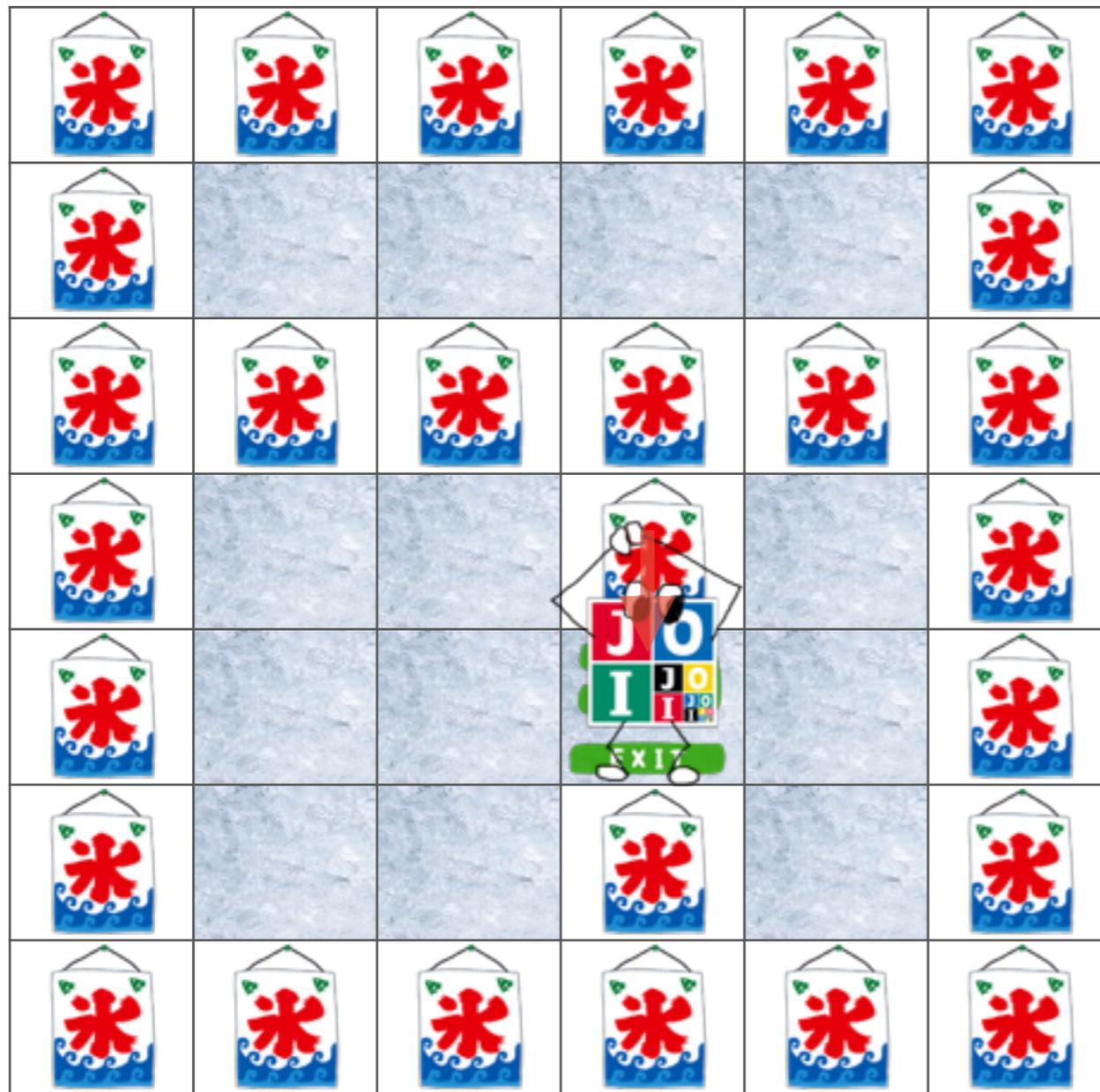
問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



問題概要

グリッド上で JOI 君がスケートをする



縦 R マス, 横 C マス
最短何ステップ?

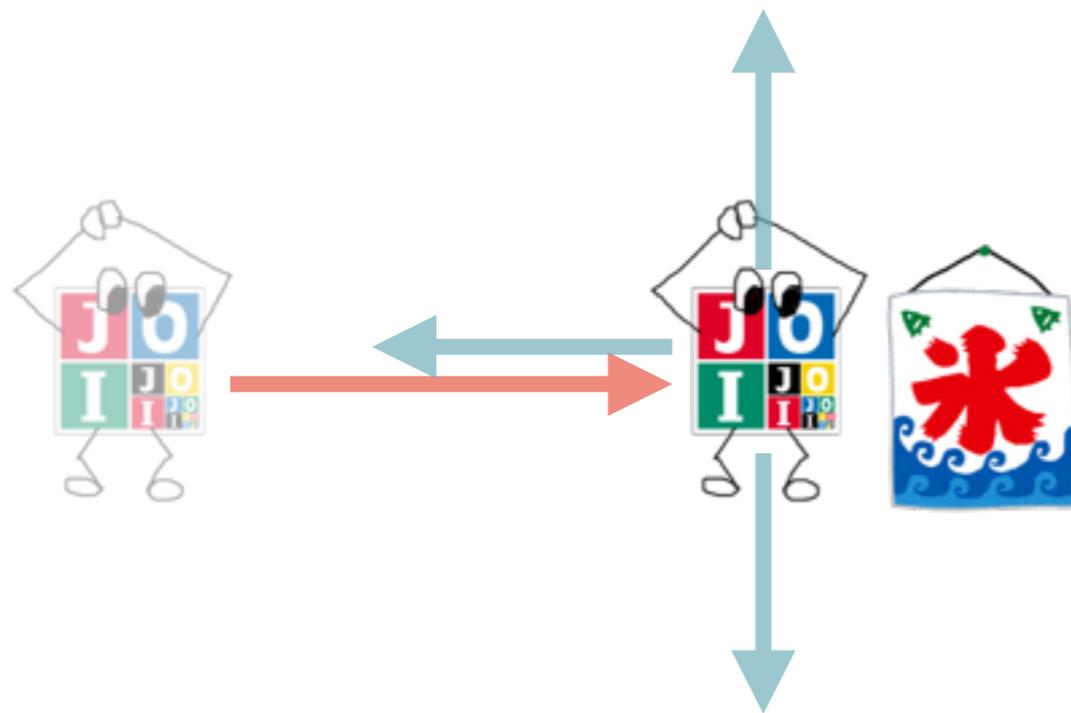
制約

- $R \leq 1,000$
- $C \leq 1,000$
- 最初から氷塊のマス有

あきらかな最短路？

最短路問題に見えるが、これまでの動作によって
氷塊の配置が異なる状態になりうる

= **位置だけで状態は確定しない**



→ 直前の動き

→ 直後の動き

全探索しよう！！！！



$O^*(3^{\text{answer}})$ 時間で

小課題 1 が解ける (13 点)

何がやばいのか



何がやばいのか

氷塊が生える



何がやばいのか

氷塊が生える

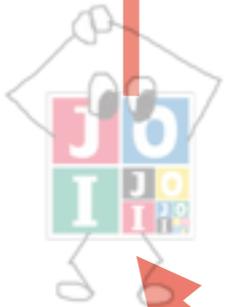


色々あって



何がやばいのか

氷塊が生える



色々あって



何がやばいのか

氷塊が生える

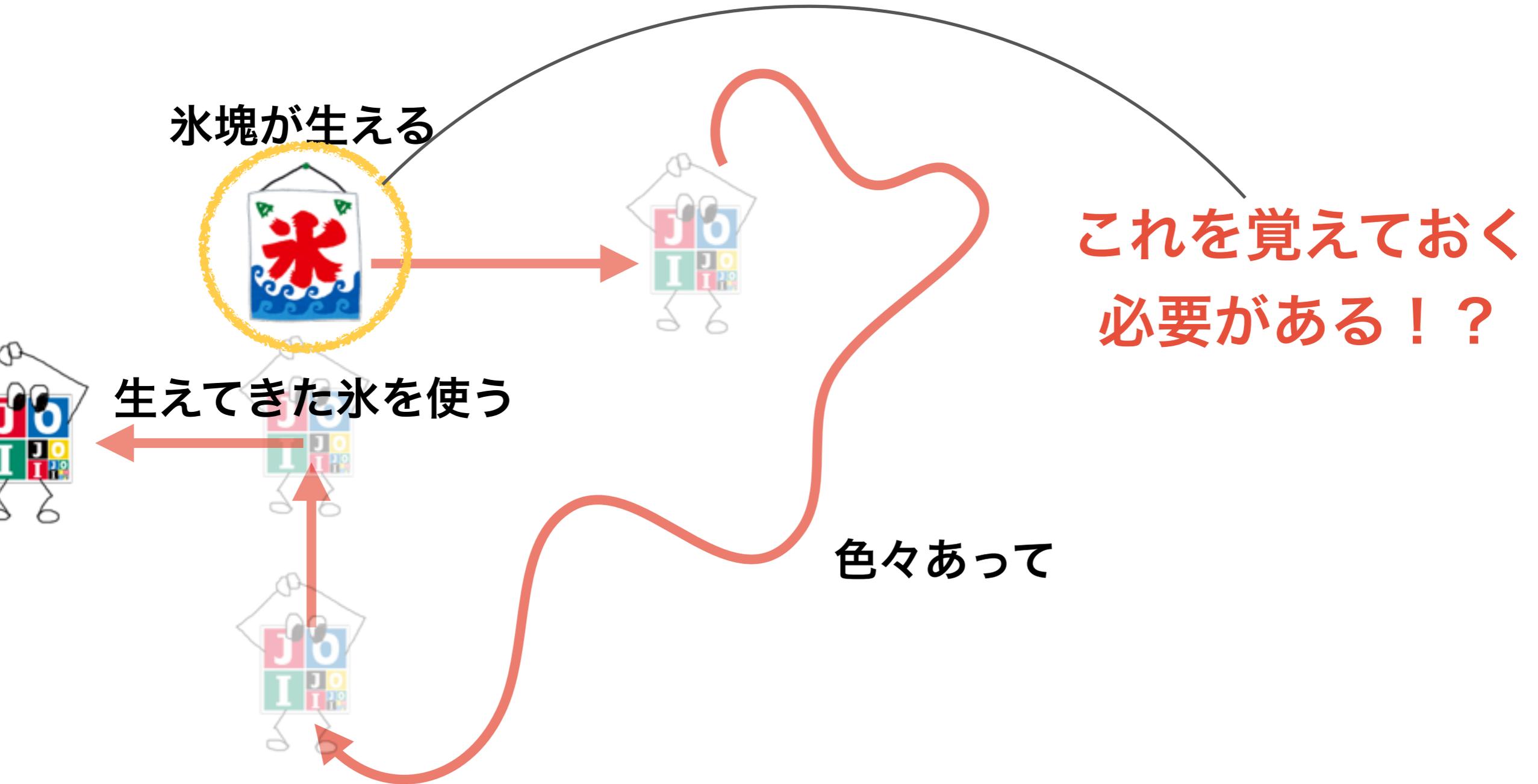


生えてきた氷を使う

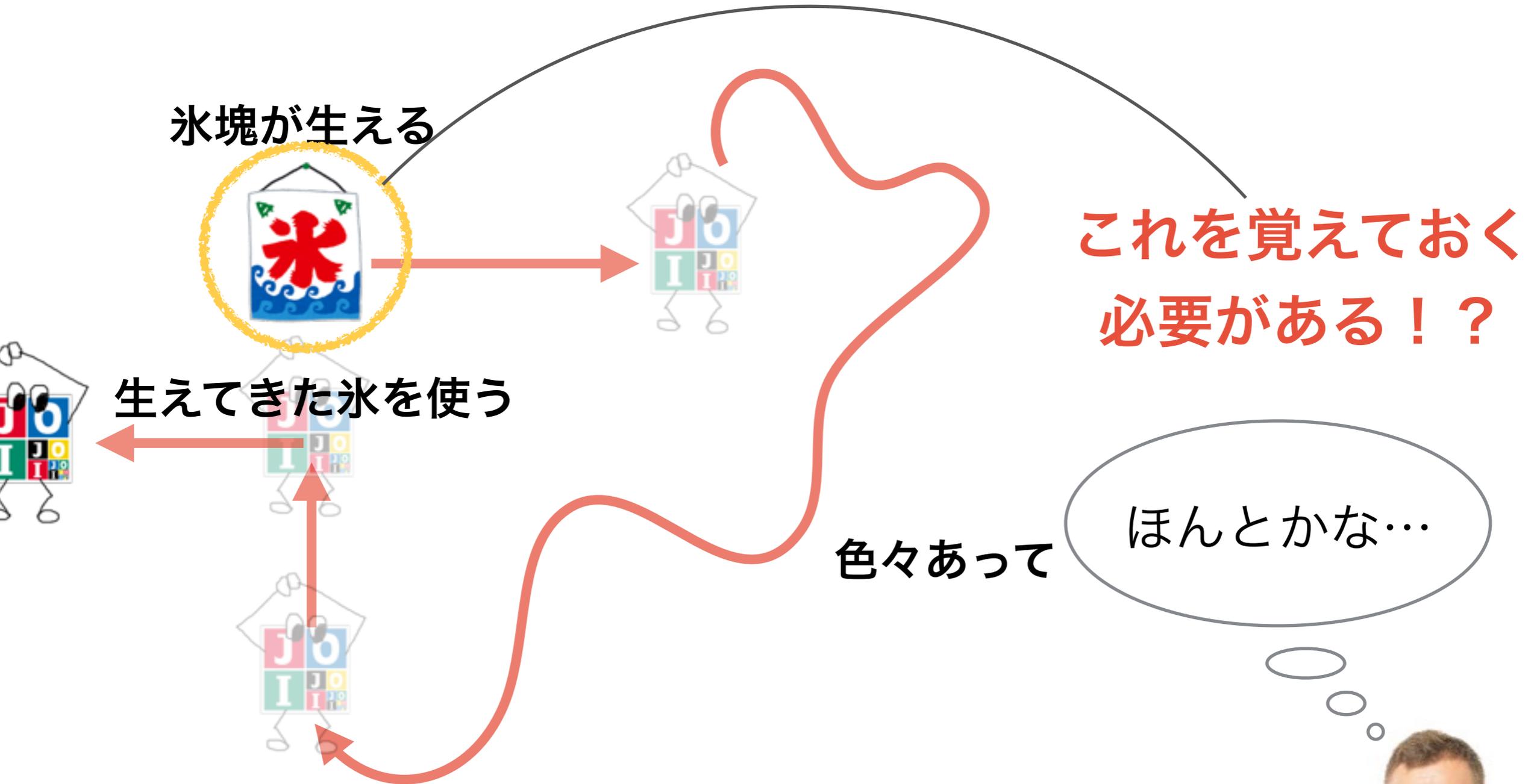


色々あって

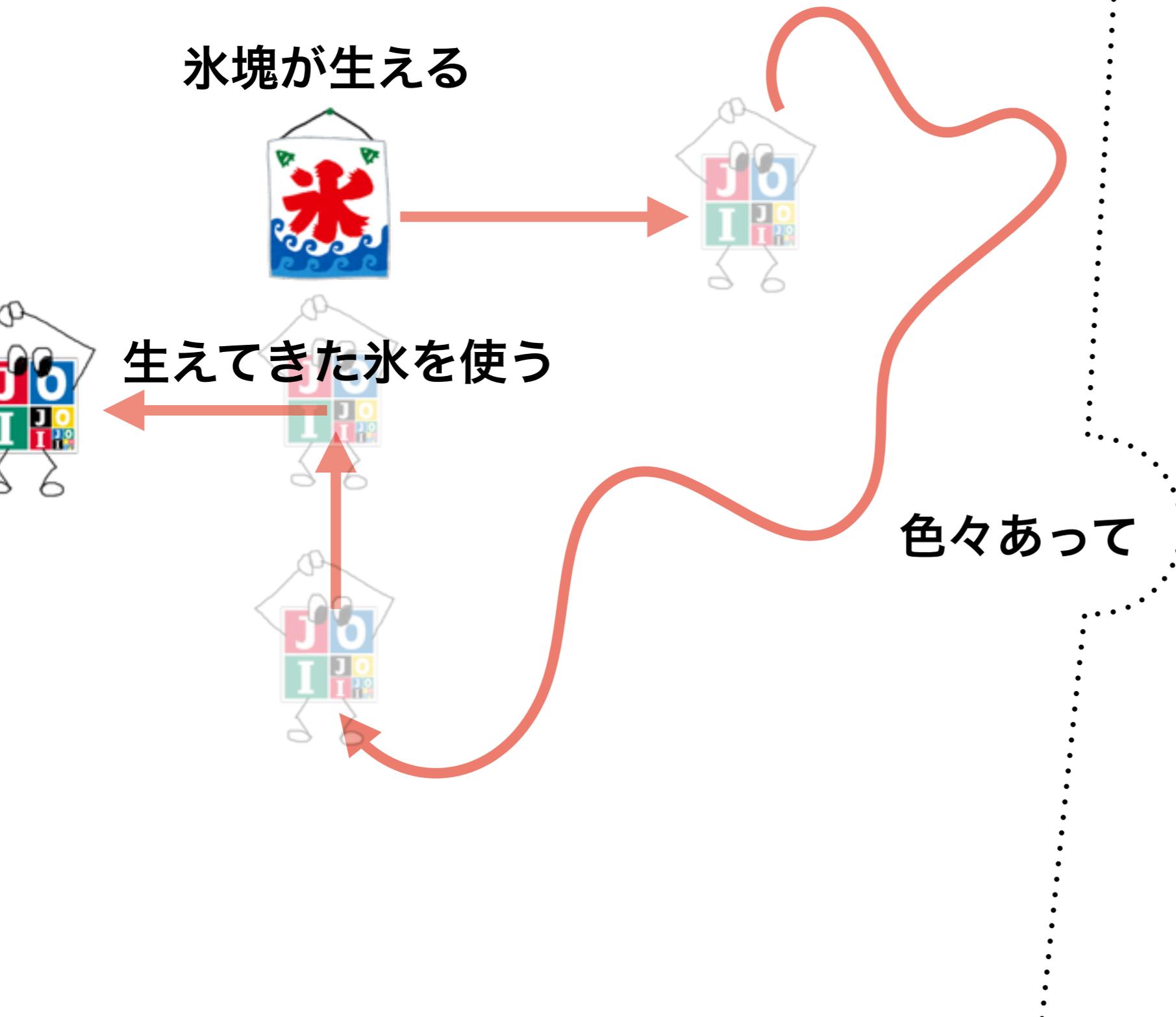
何がやばいのか



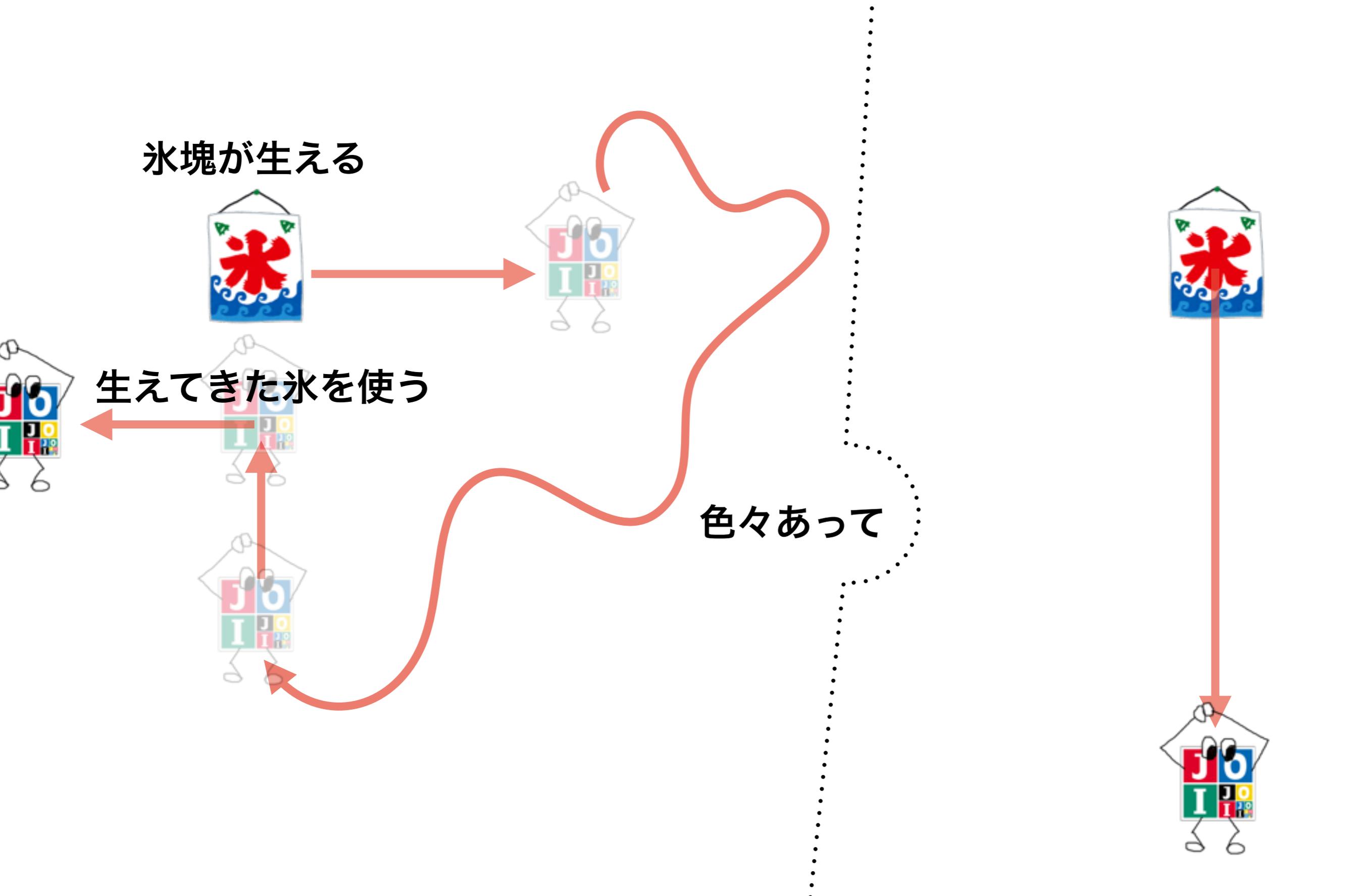
何がやばいのか



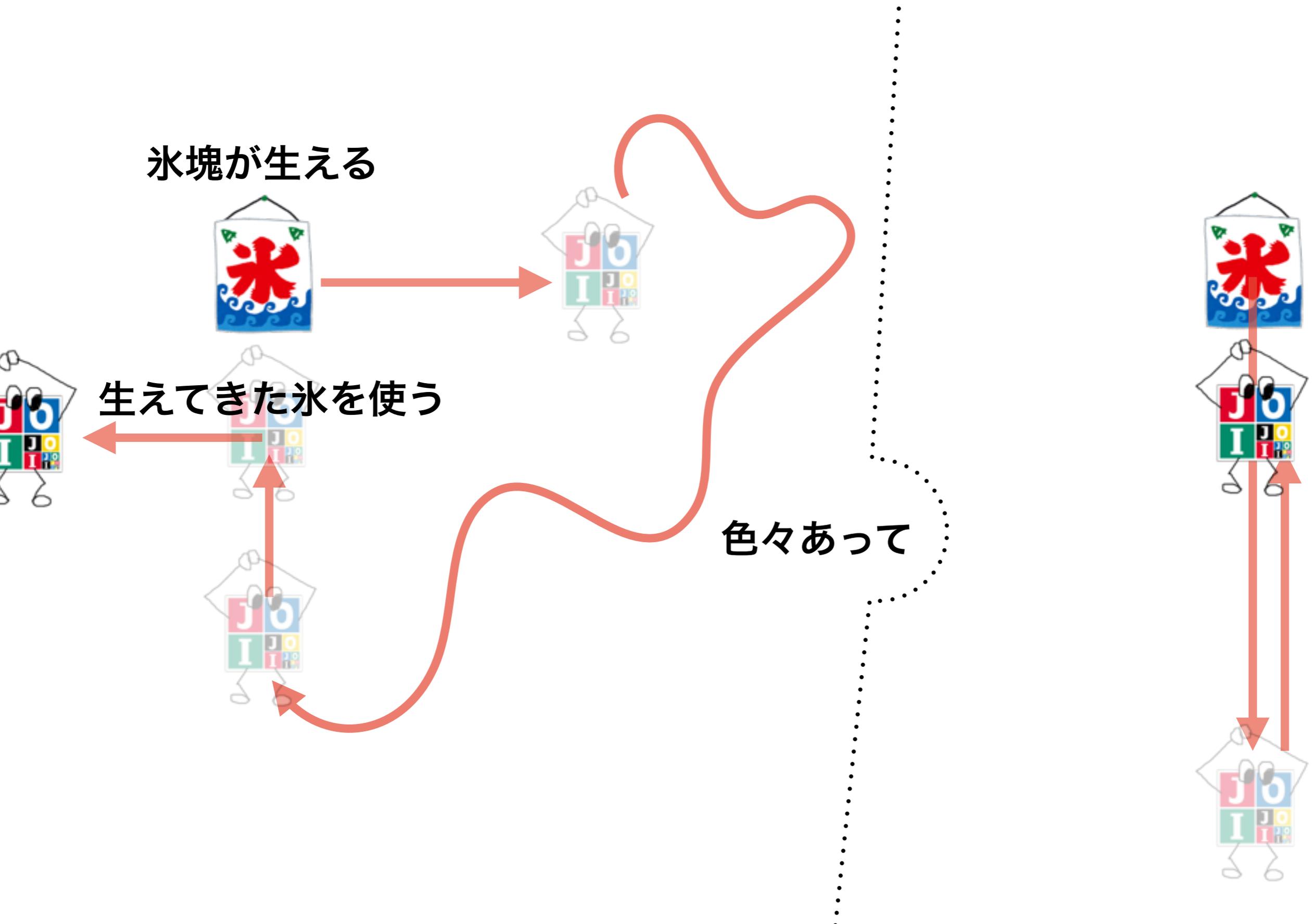
実はやばくない？



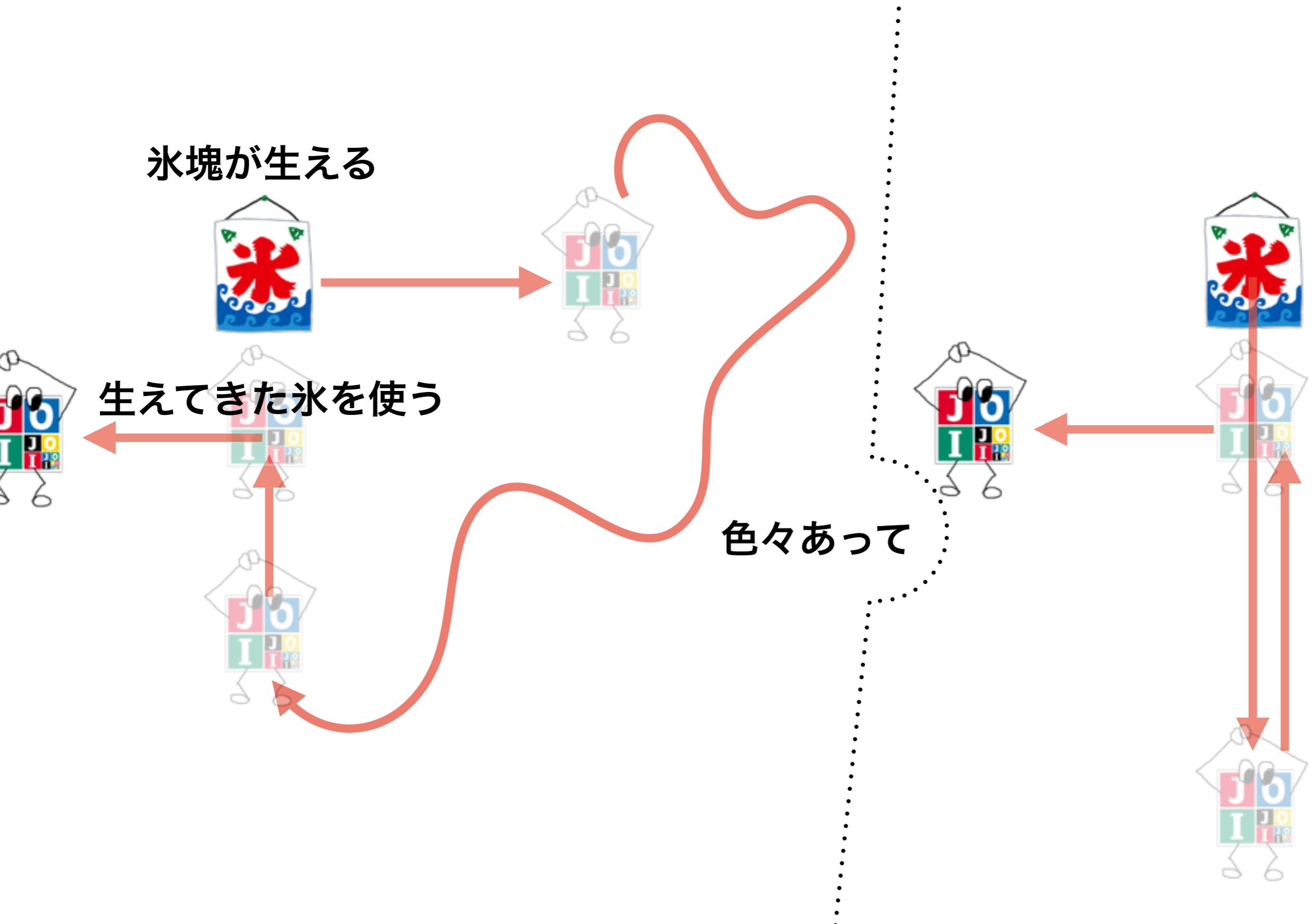
実はやばくない？



実はやばくない？



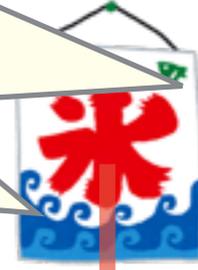
実はやばくない？



実はやばくない？

ショートカットできるし
左みたいな考えなくて
いいんでは

氷塊が生



生えてきた氷を使う

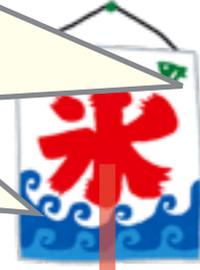


色々あって

実はやばくない？

ショートカットできるし
左みたいな考えなくて
いいんでは

氷塊が生



生えてきた氷を使う



この辺で新しく氷作って
後で使う場合
やっぱりやばくない？



実はやばくない？

氷塊が生



ショートカットできるし
左みたいな考えなくて
いいんでは

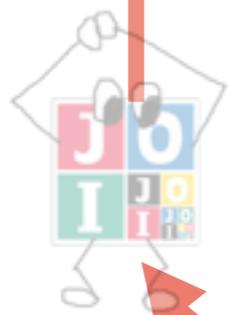


実はやっぱりやばくない！！

この辺で新しく水作って

後で使う場合

やっぱりやばくない？



結局どういふことか



元からある氷塊



結局どういふことか



元からある氷塊



結局どういふことか

新しく生えた氷塊は



元からある氷塊

結局どういふことか

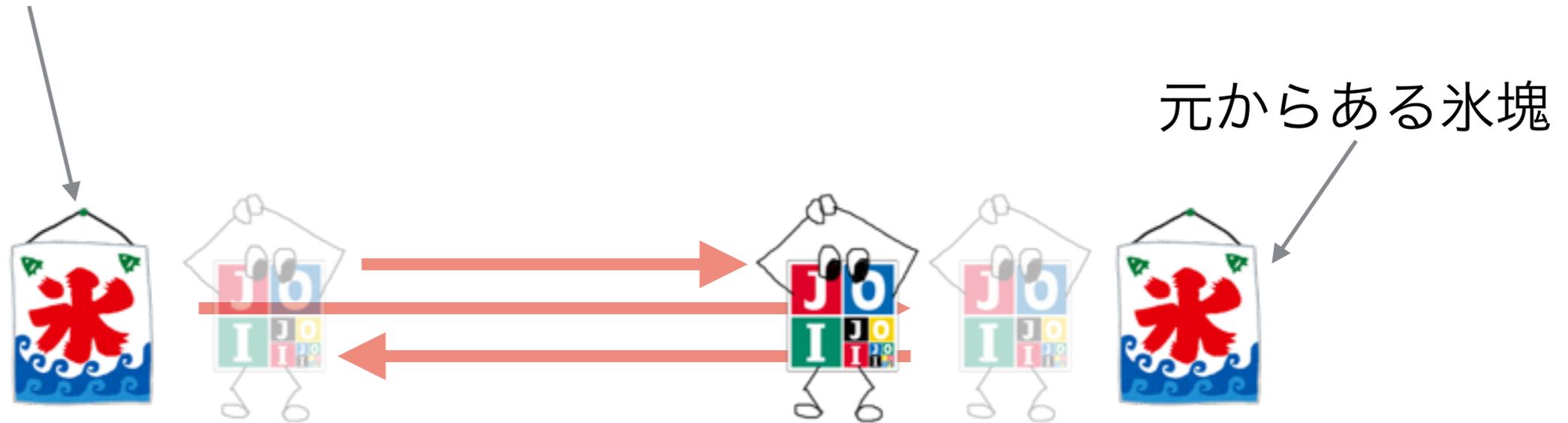
新しく生えた氷塊は



元からある氷塊

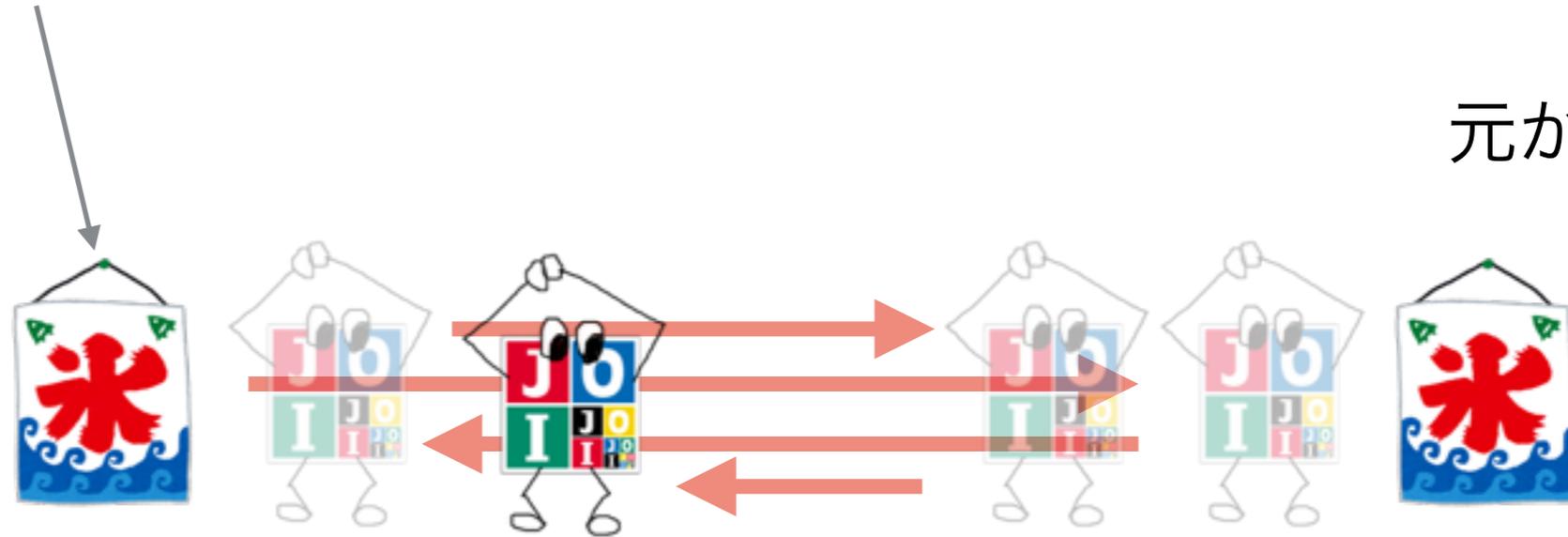
結局どういふことか

新しく生えた氷塊は



結局どういふことか

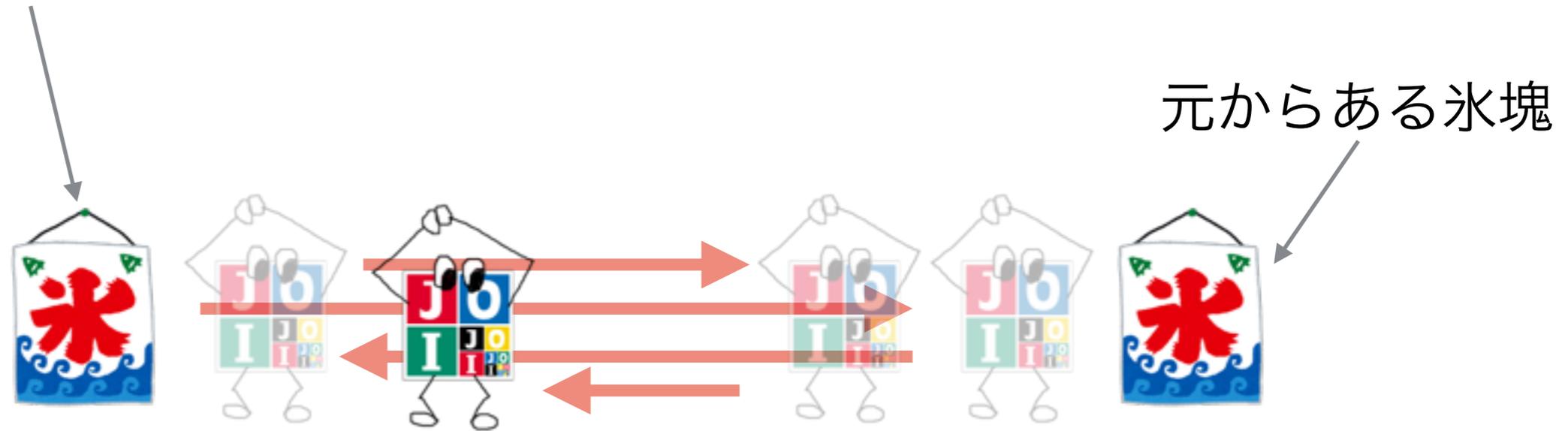
新しく生えた氷塊は



元からある氷塊

結局どういふことか

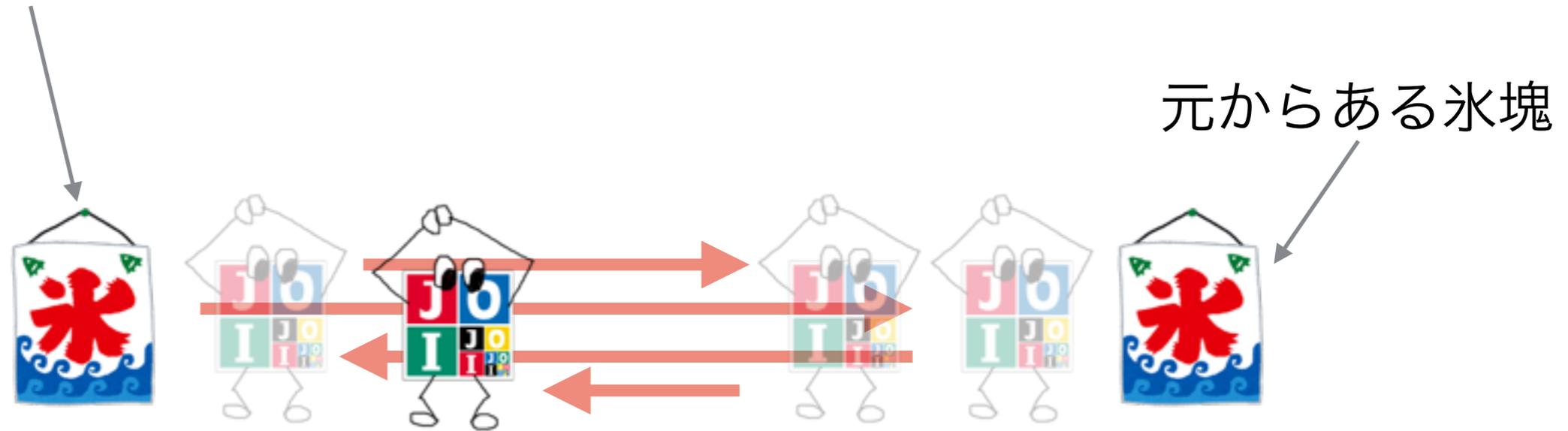
新しく生えた氷塊は



こういう往復運動でしか使わなくてもよいのでは？

結局どういふことか

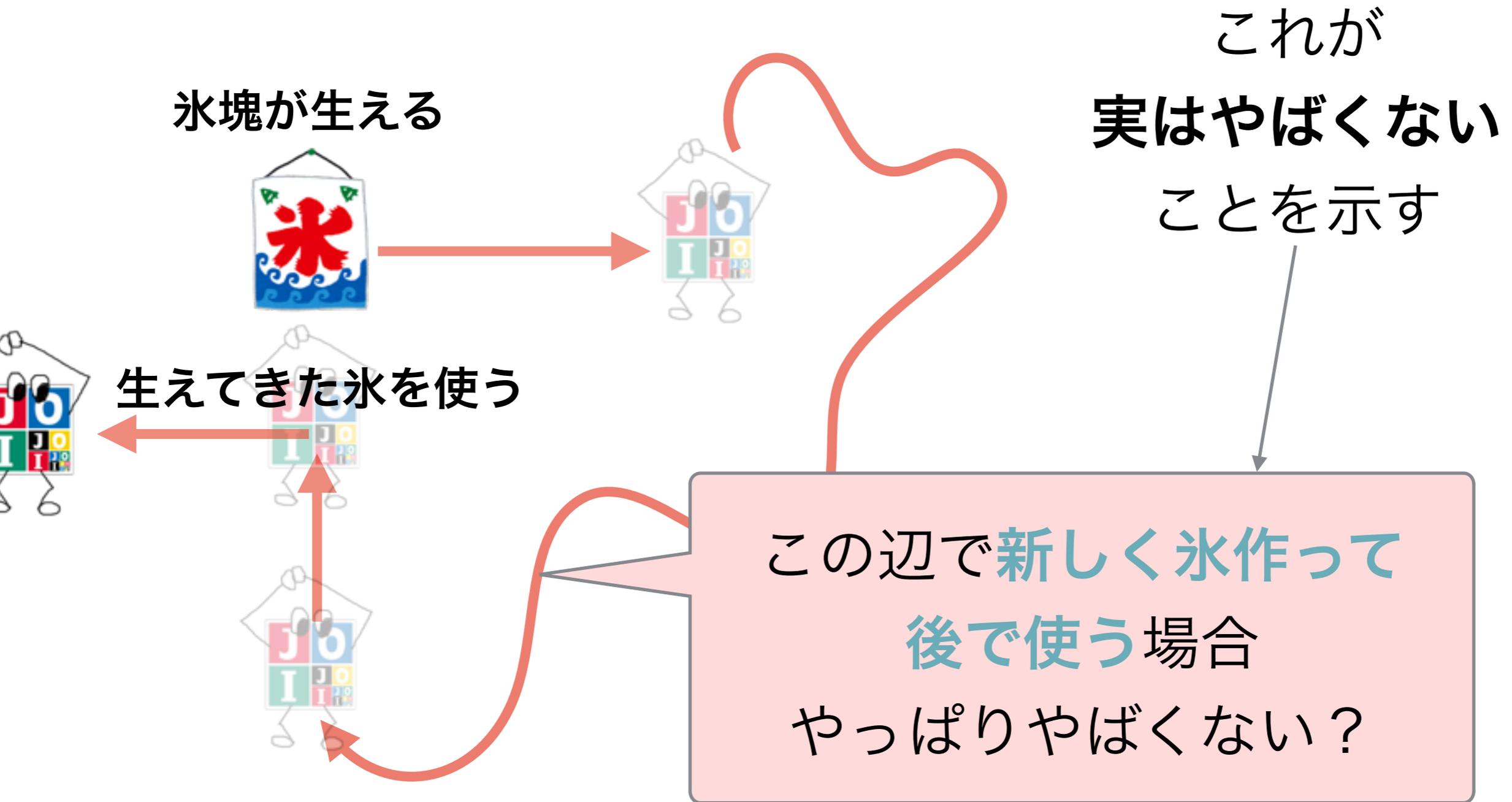
新しく生えた氷塊は



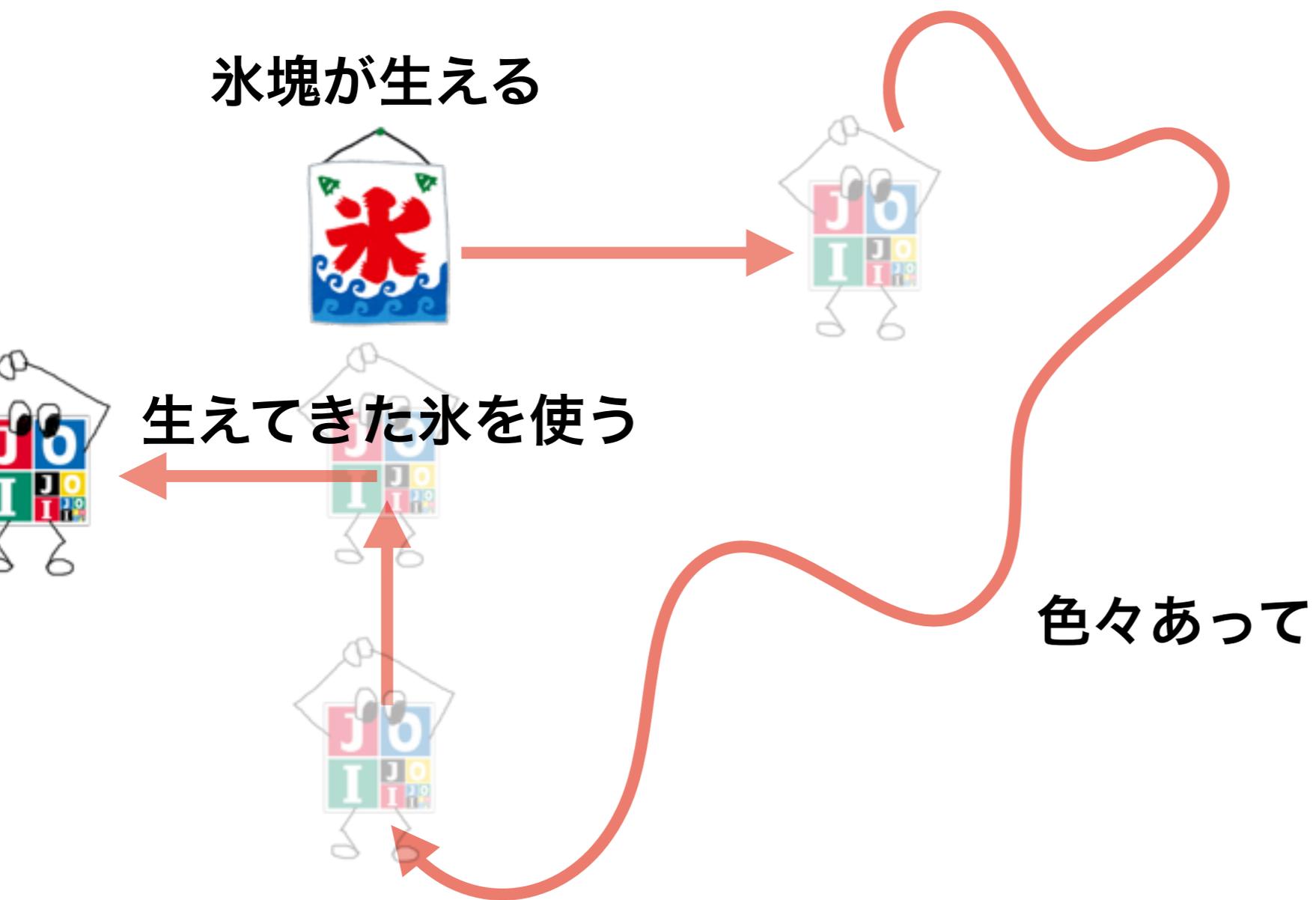
こういう往復運動でしか使わなくてもよいのでは？

証明しよう！

簡単な証明



簡単な証明



簡単な証明

これが最短路と仮定して

氷塊が生える



生えてきた氷を使う

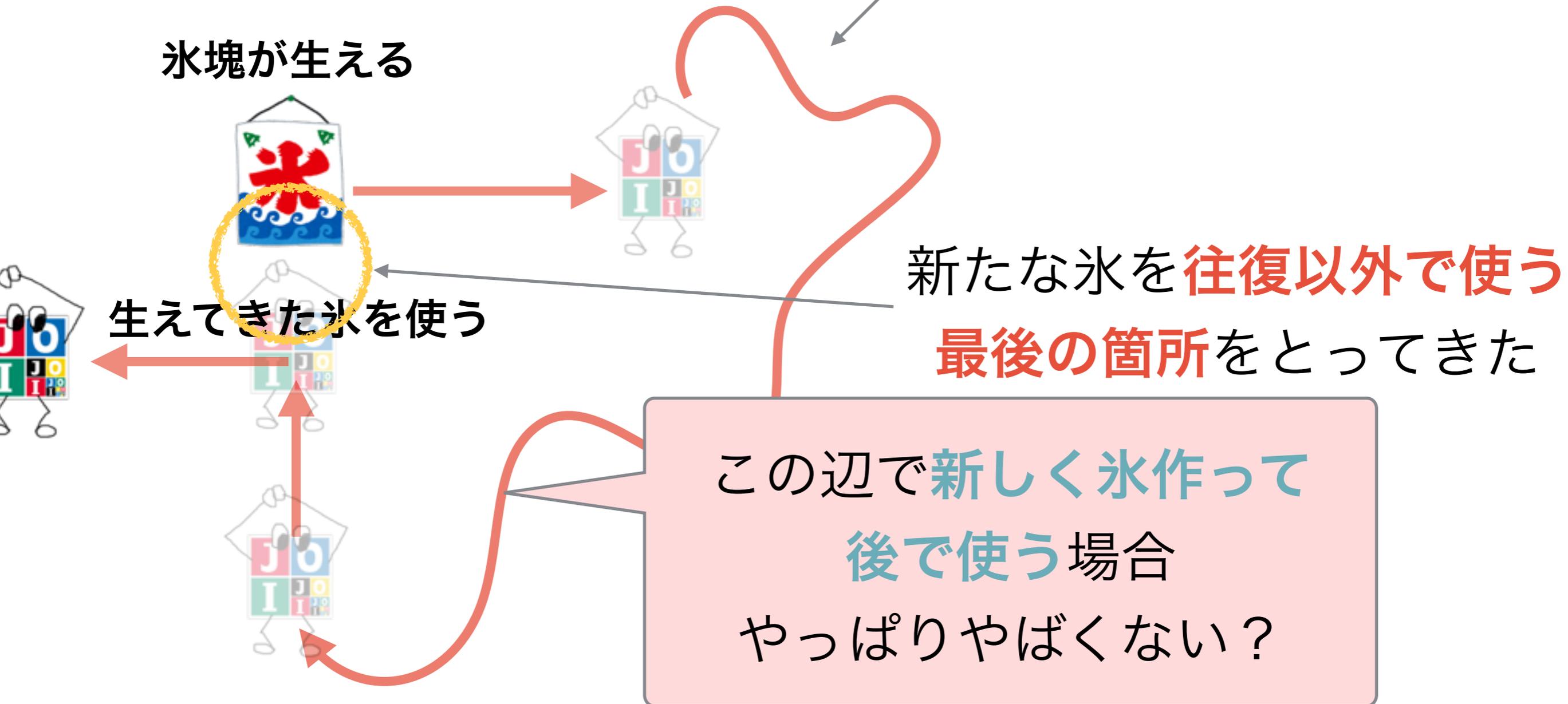


色々あって

簡単な証明

これが最短路と仮定して

氷塊が生える



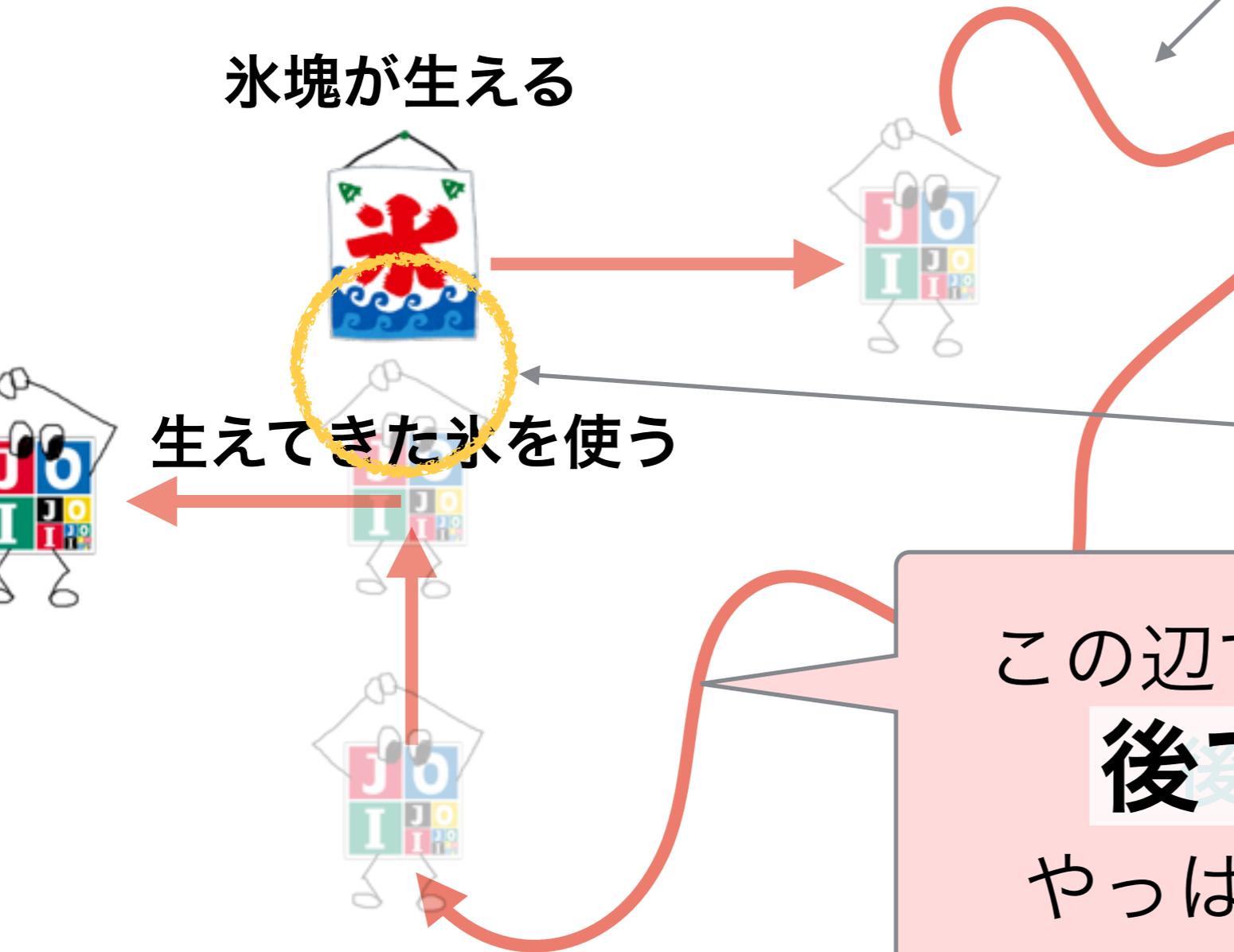
新たな氷を往復以外で使う
最後の箇所をとってきた

この辺で新しく氷作って
後で使う場合
やっぱりやばくない？

簡単な証明

これが最短路と仮定して

氷塊が生える



新たな氷を往復以外で使う
最後の箇所をとってきた

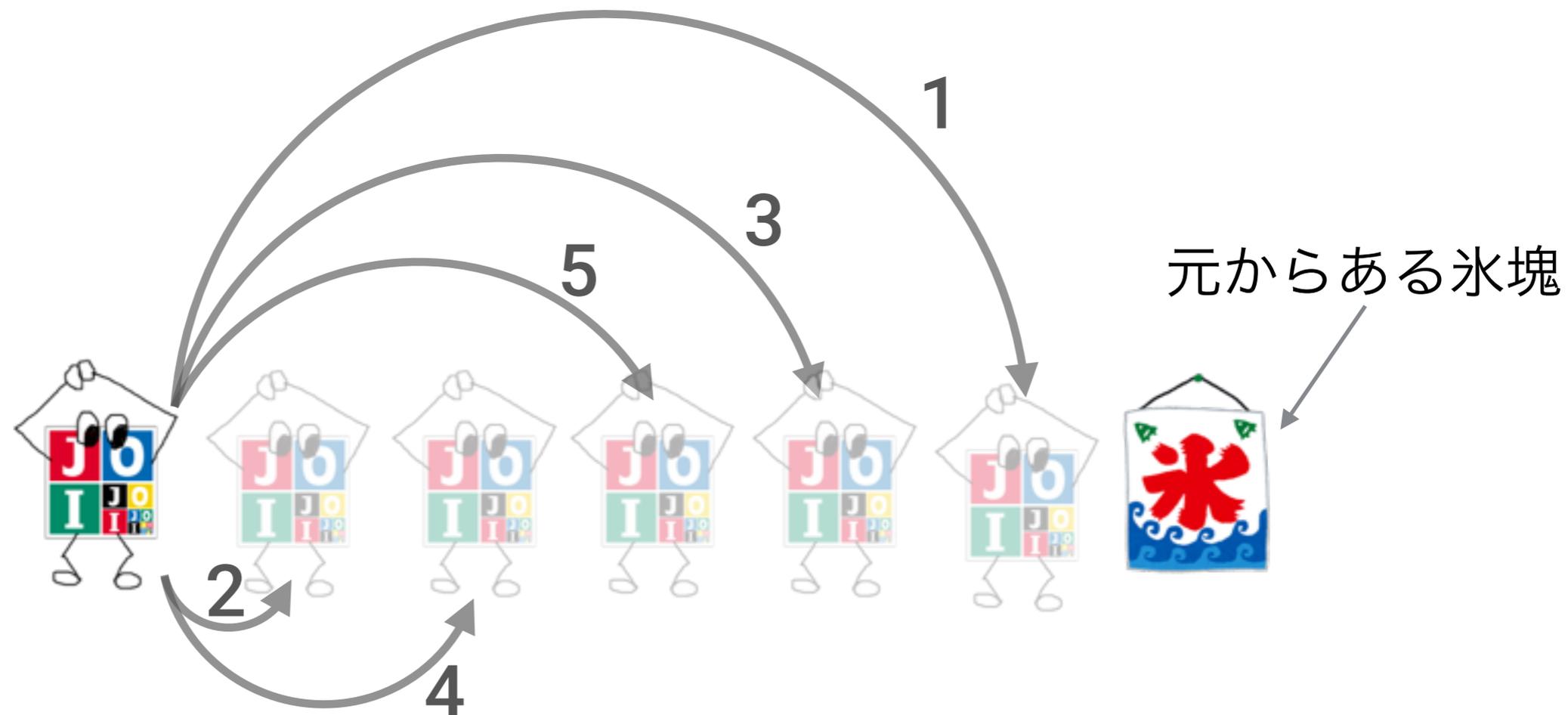
この辺で新しい氷作って

~~後で使わない~~

やっぱやはない？

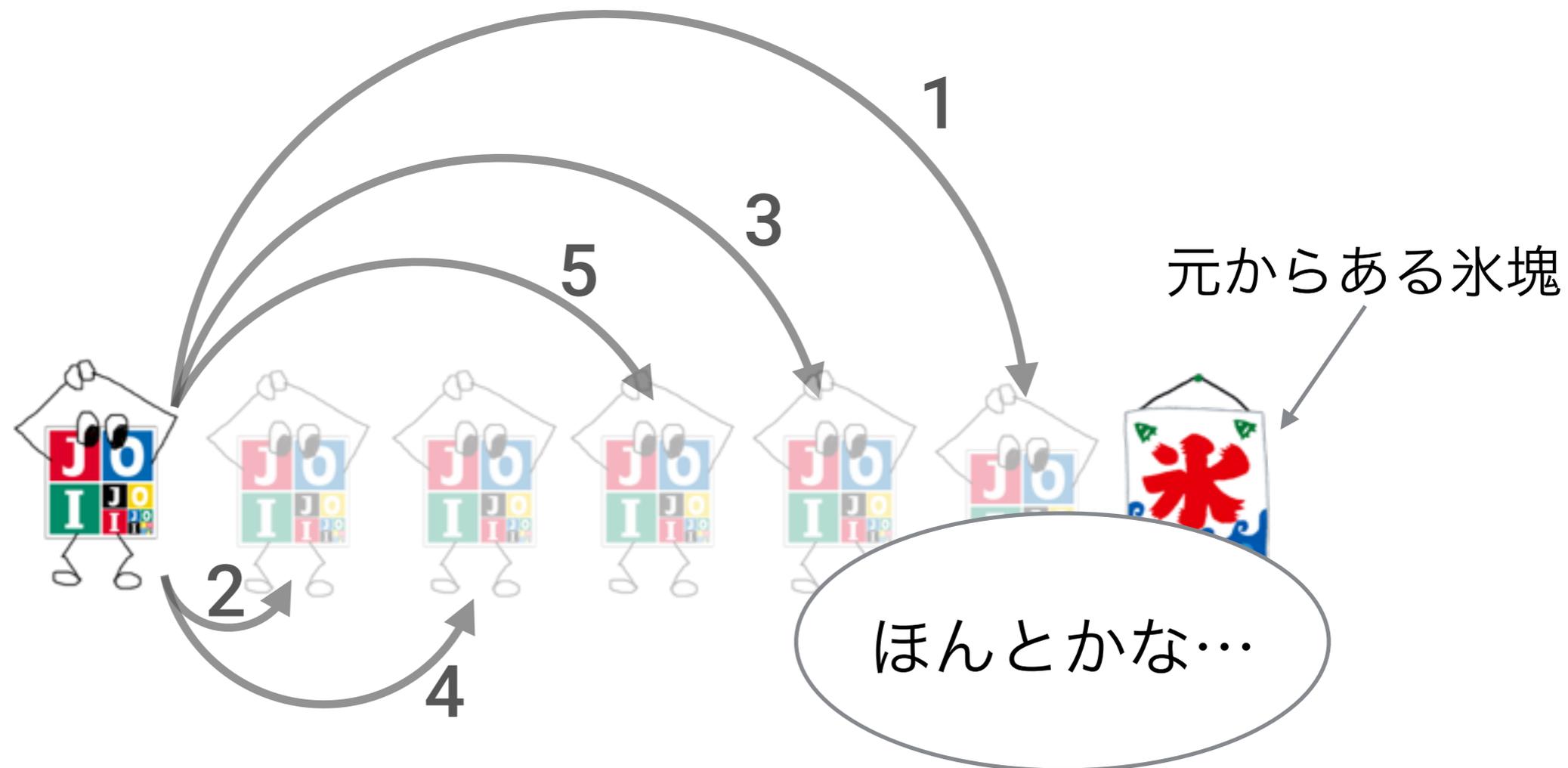
⇒ショートカット可能！

つまり



こういう辺を張って**最短路**を求めれば
良いのでは???????? (Dijkstra)

つまり

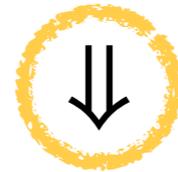


こういう辺を張って**最短路**を求めよう。
良いのでは???????? (Dijkstra)



懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

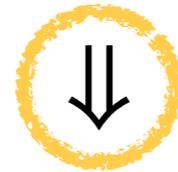


——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない



これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

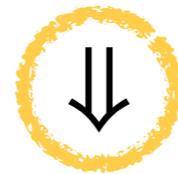


元からある氷塊



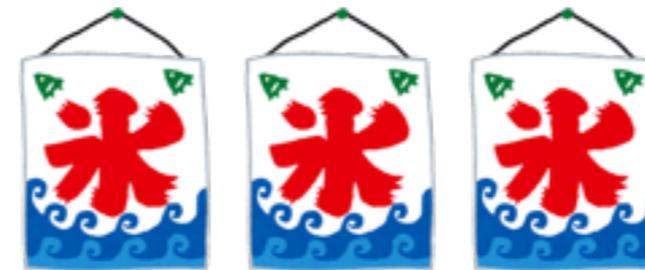
懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない



これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい



元からある氷塊



懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

↓——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

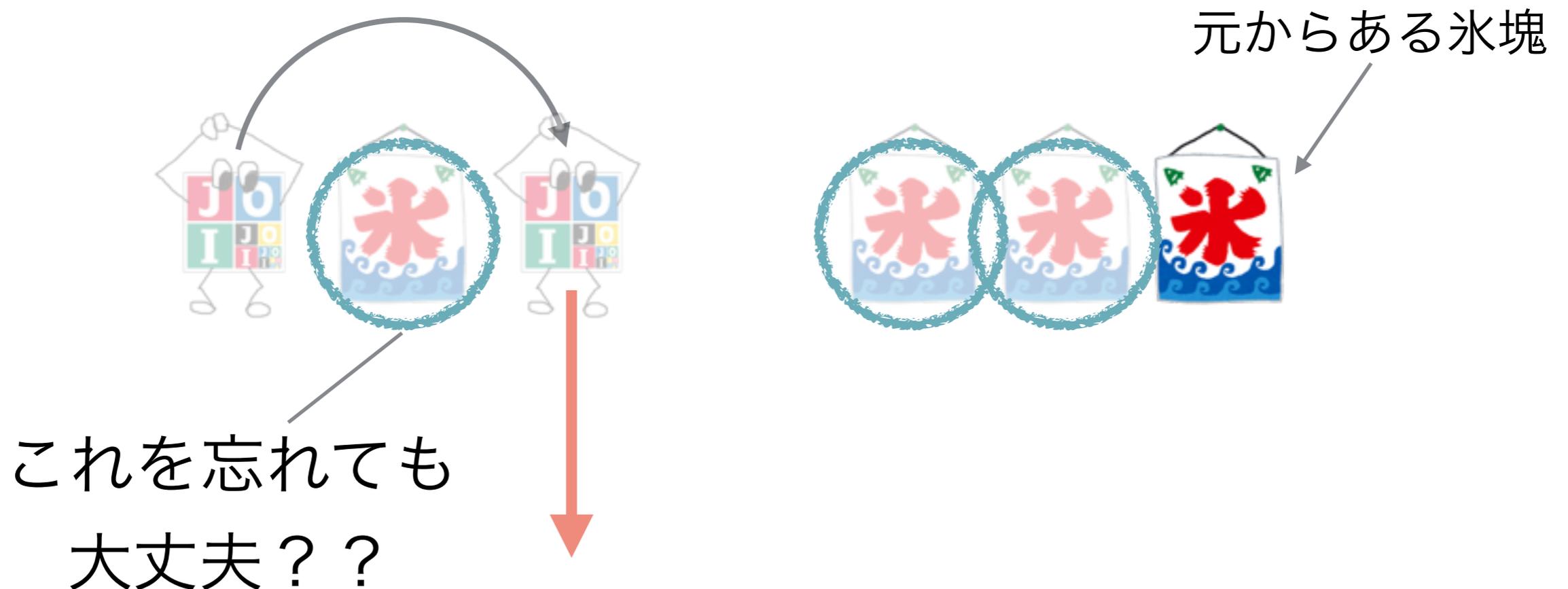


懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

↓——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

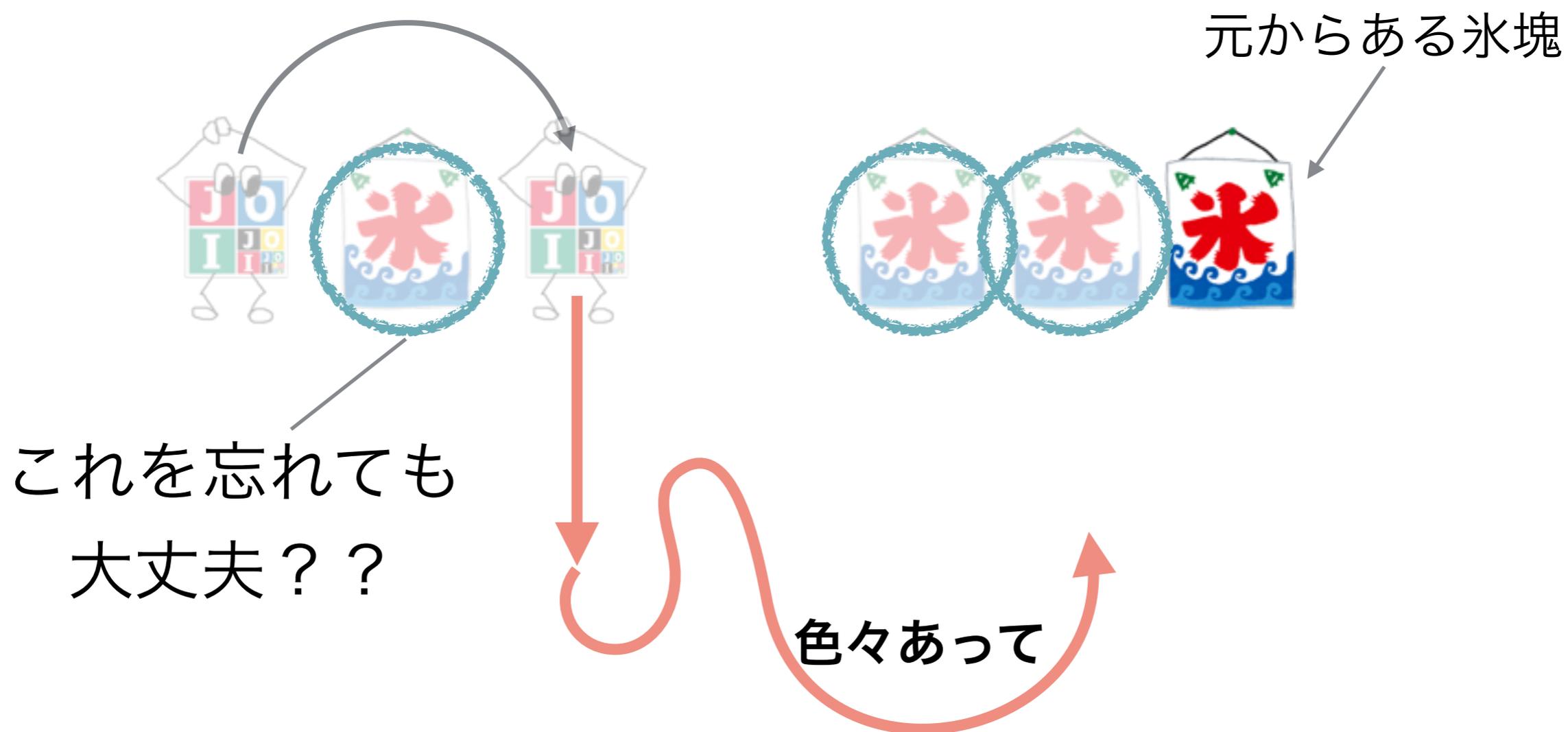


懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

↓——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

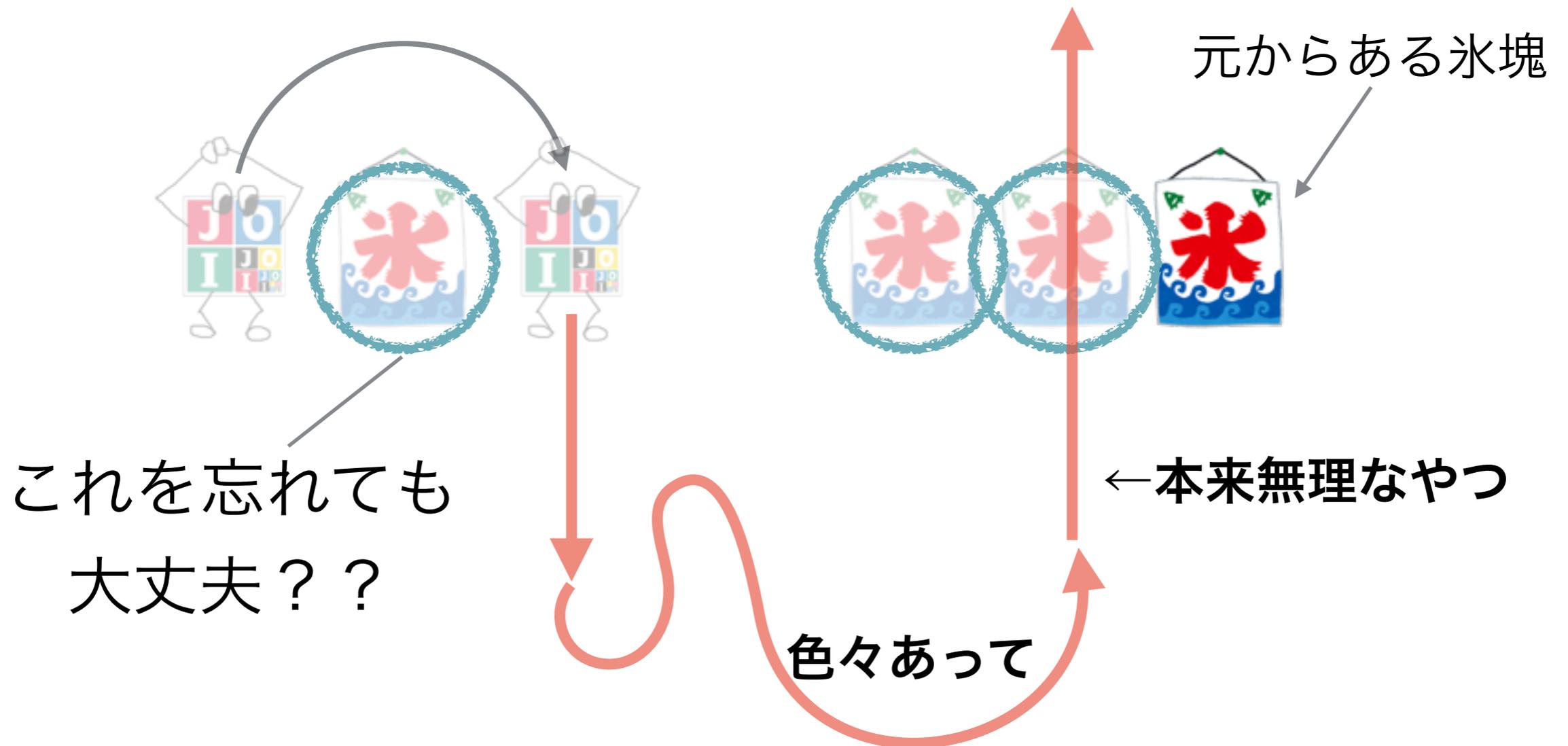


懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

↓——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい



懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

これは非自明

往復だい

てよい

こういうのが最短路になると

氷塊

やばくない？

(不当な解が出てしまう)

これを忘れても
大丈夫??

←本来無理なやつ

色々あって

懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

これは非自明

往復だい

てよい

こういうのが最終台になると

の氷塊

ならない

(不当な点が出る)

これを忘れても
大丈夫??

←本来無理なやつ

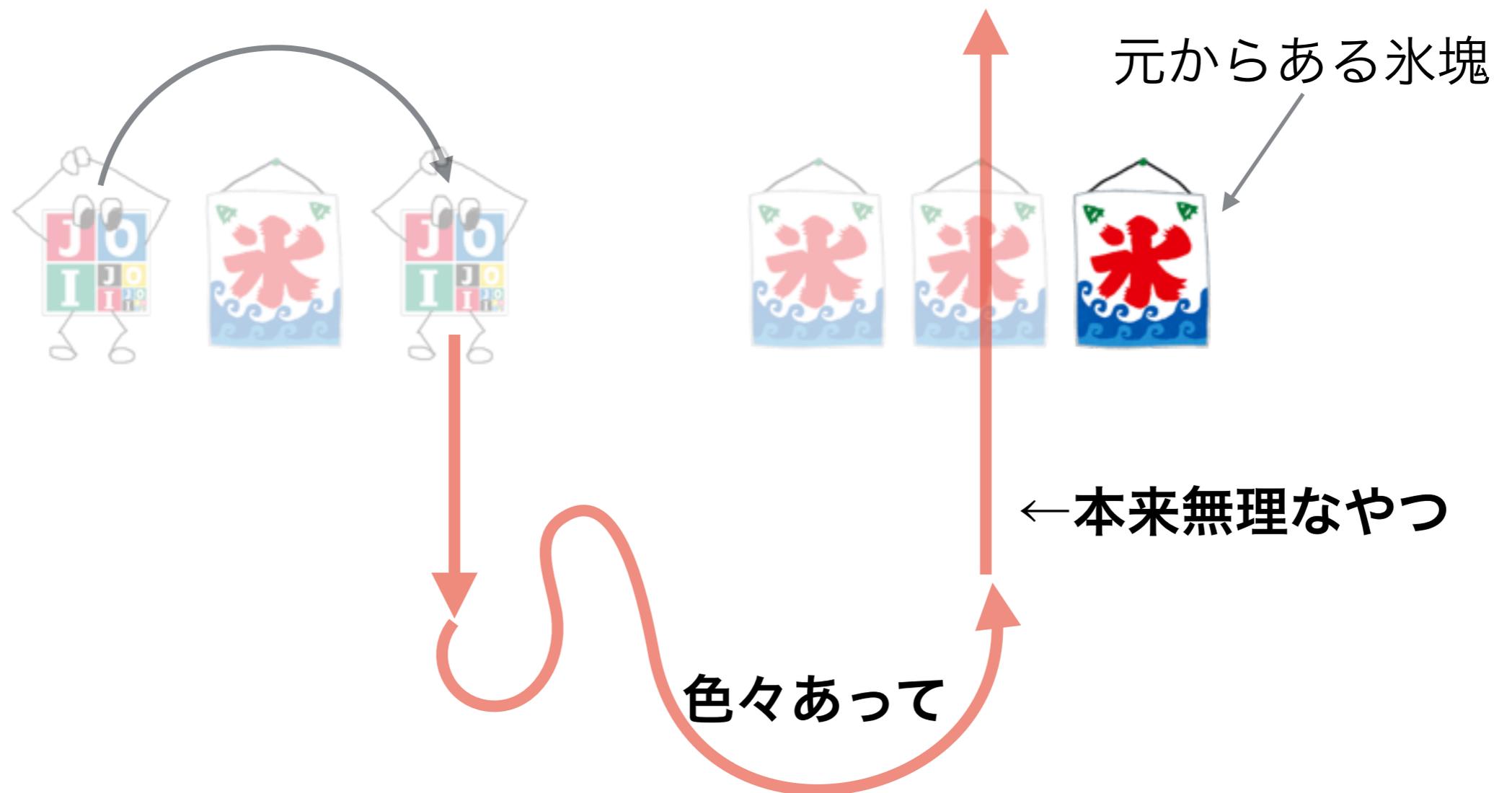
色々あって

懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない

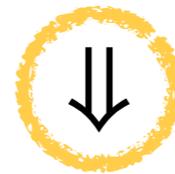
↓——— これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい



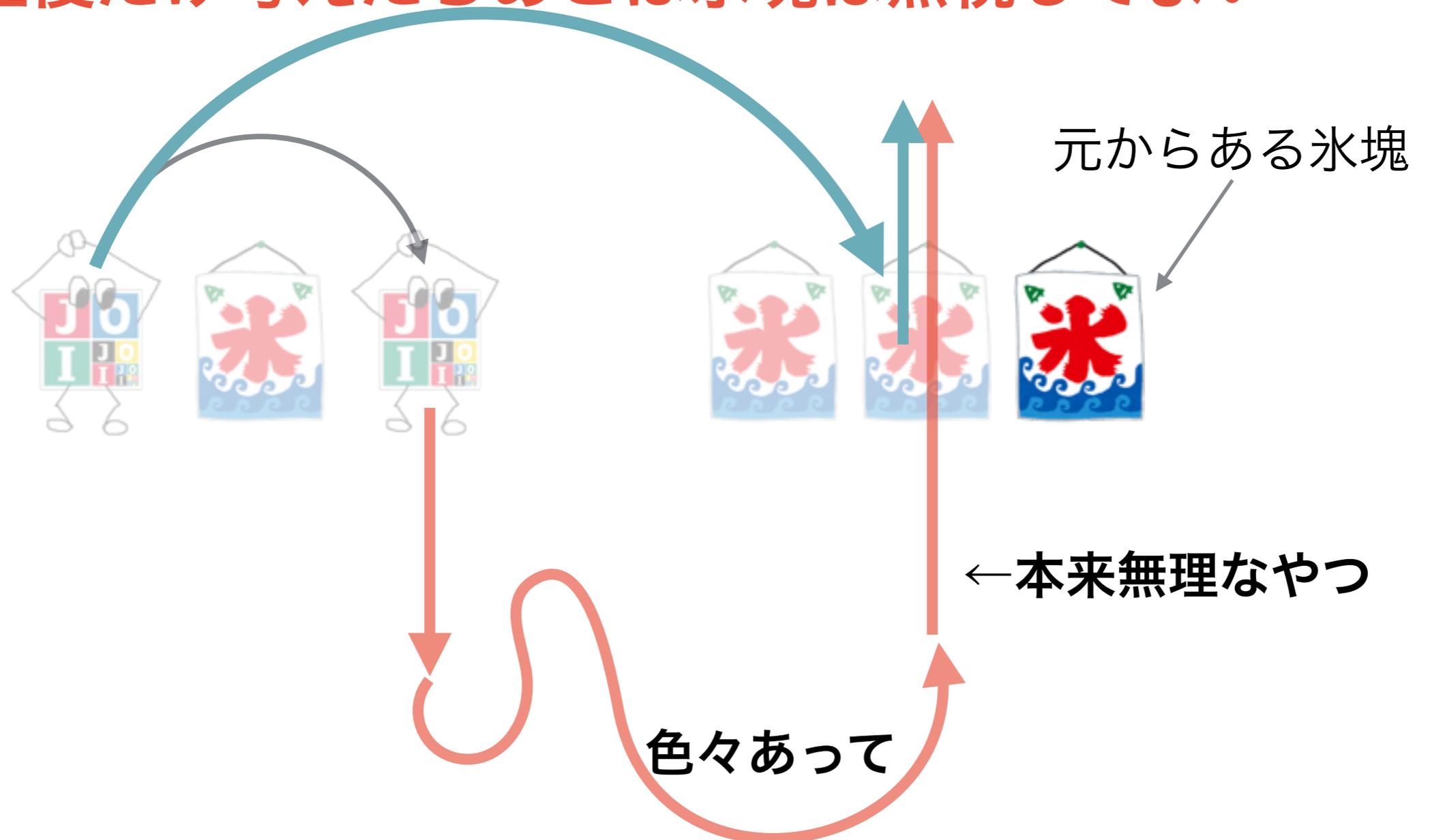
懸念

往復以外で新しい氷塊を使わない



これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい



懸念

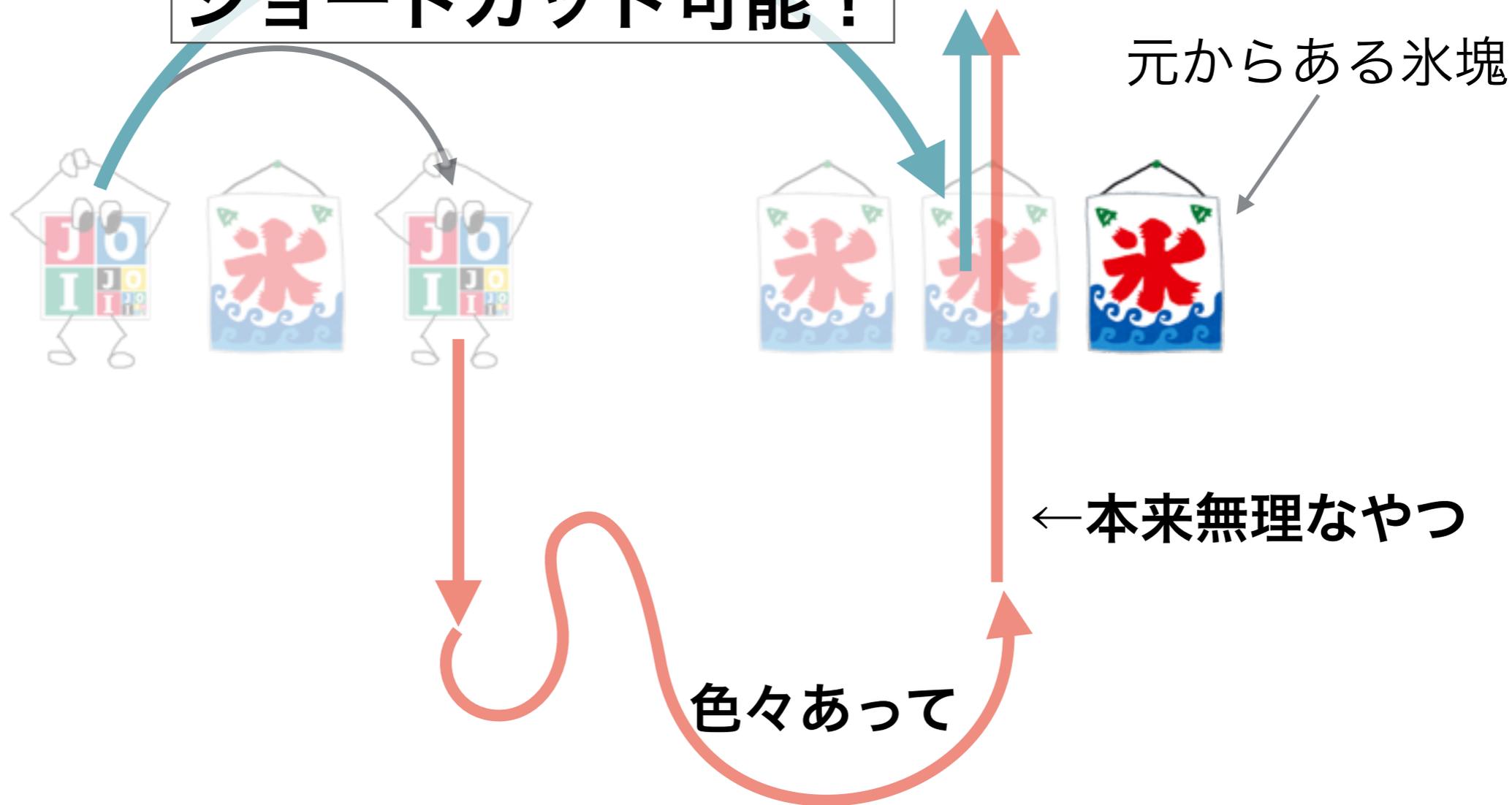
往復以外で新しい氷塊を使わない



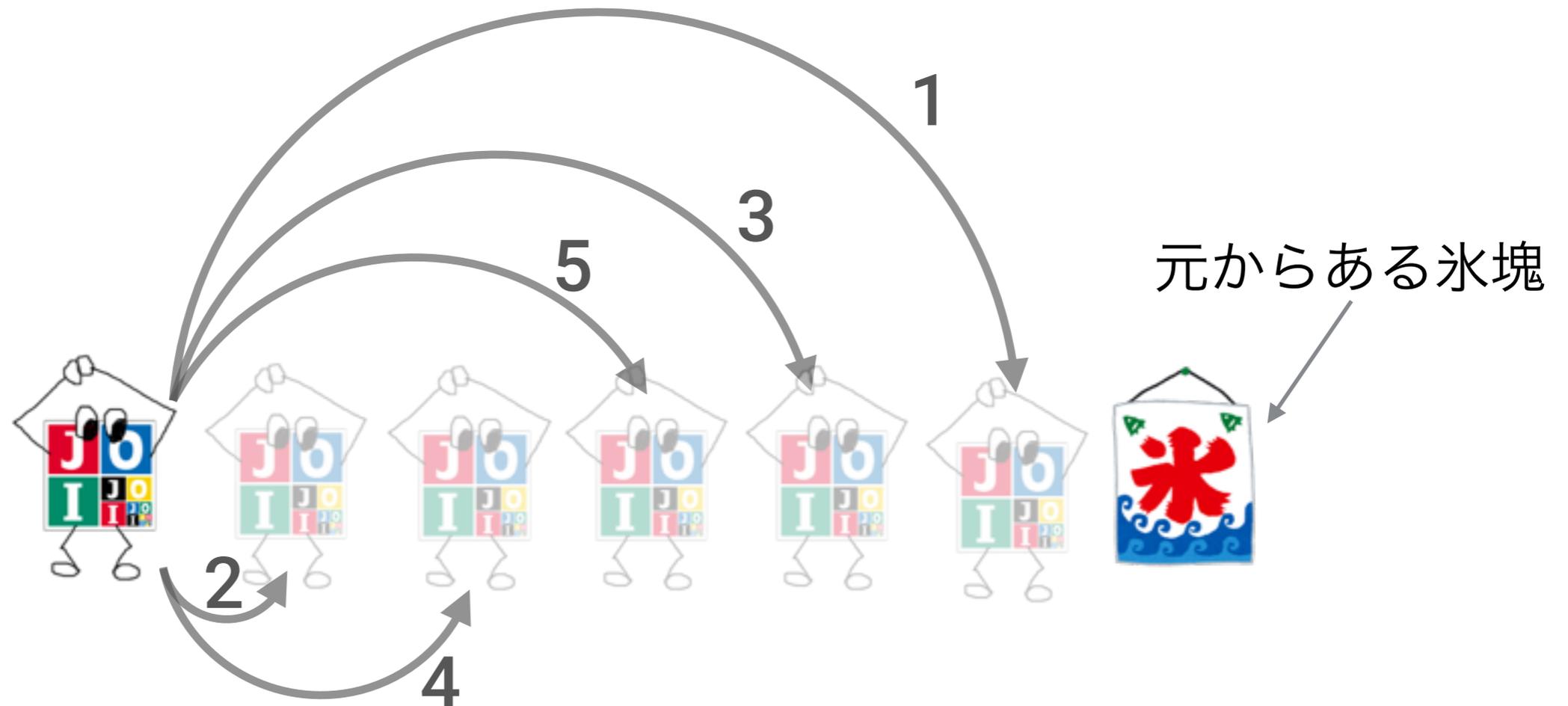
これは非自明

往復だけ考えたらあとは氷塊は無視してよい

ショートカット可能！



小課題 2 (65点)

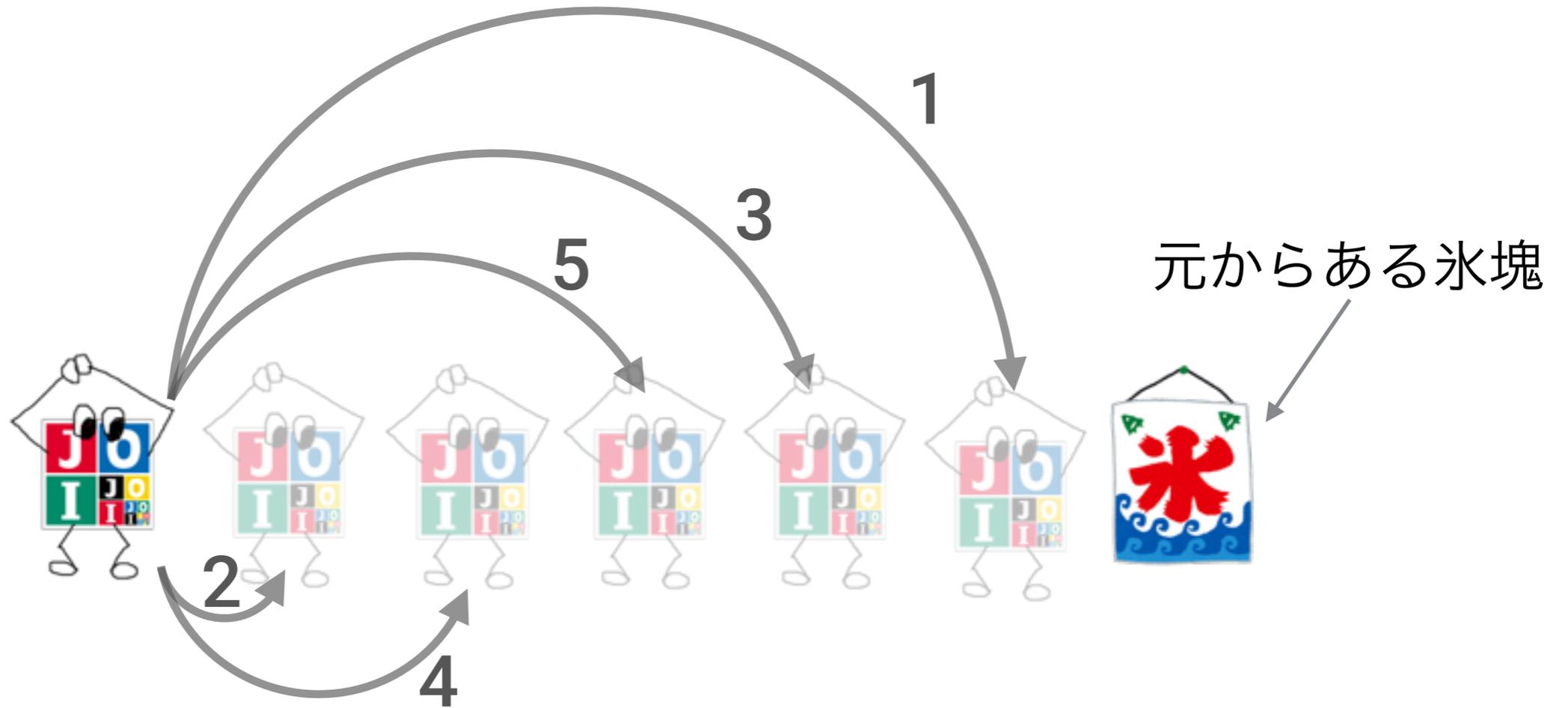


これで Dijkstra すれば, 頂点数 $\mathcal{O}(RC)$
各頂点の次数が $\mathcal{O}(R + C)$ なので計算量は

$$\mathcal{O}(RC(R + C) \log RC)$$

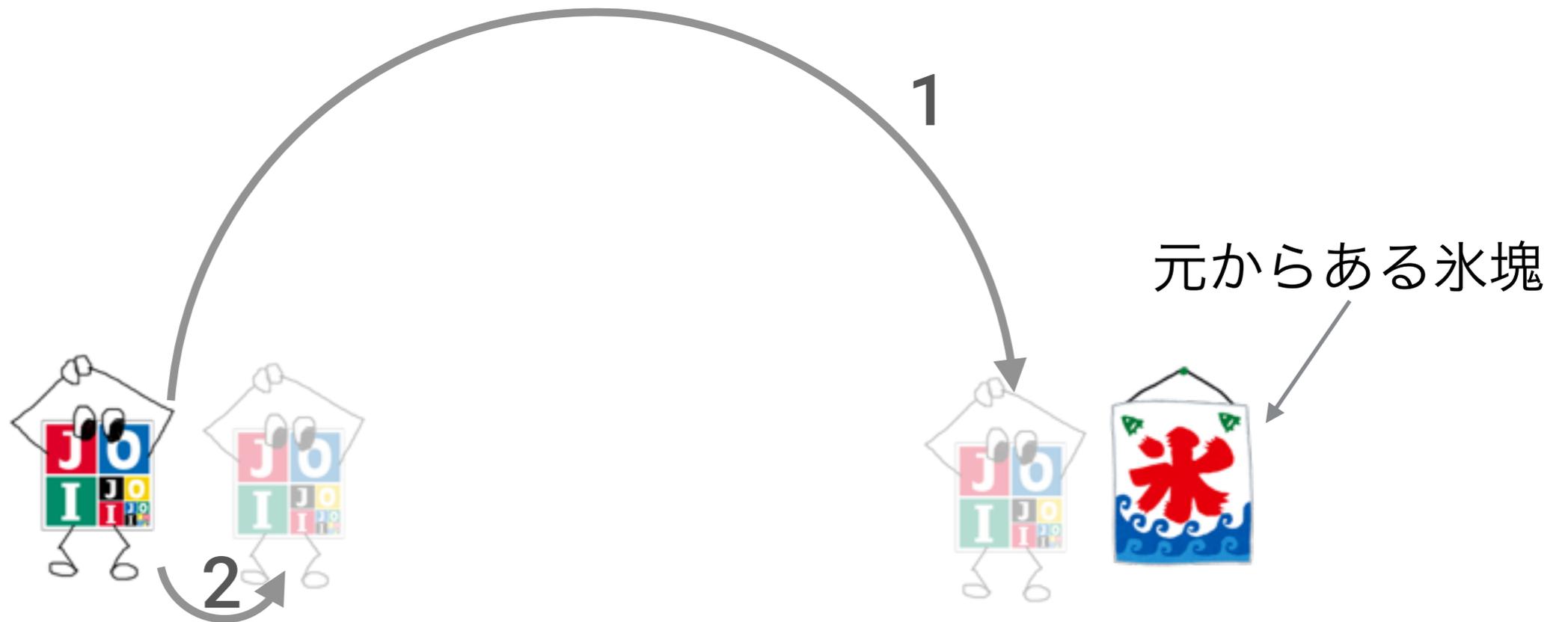
(queue を $\mathcal{O}(R+C)$ 個使えば log は消える)

辺の削減



実はこれは**無駄**が多い

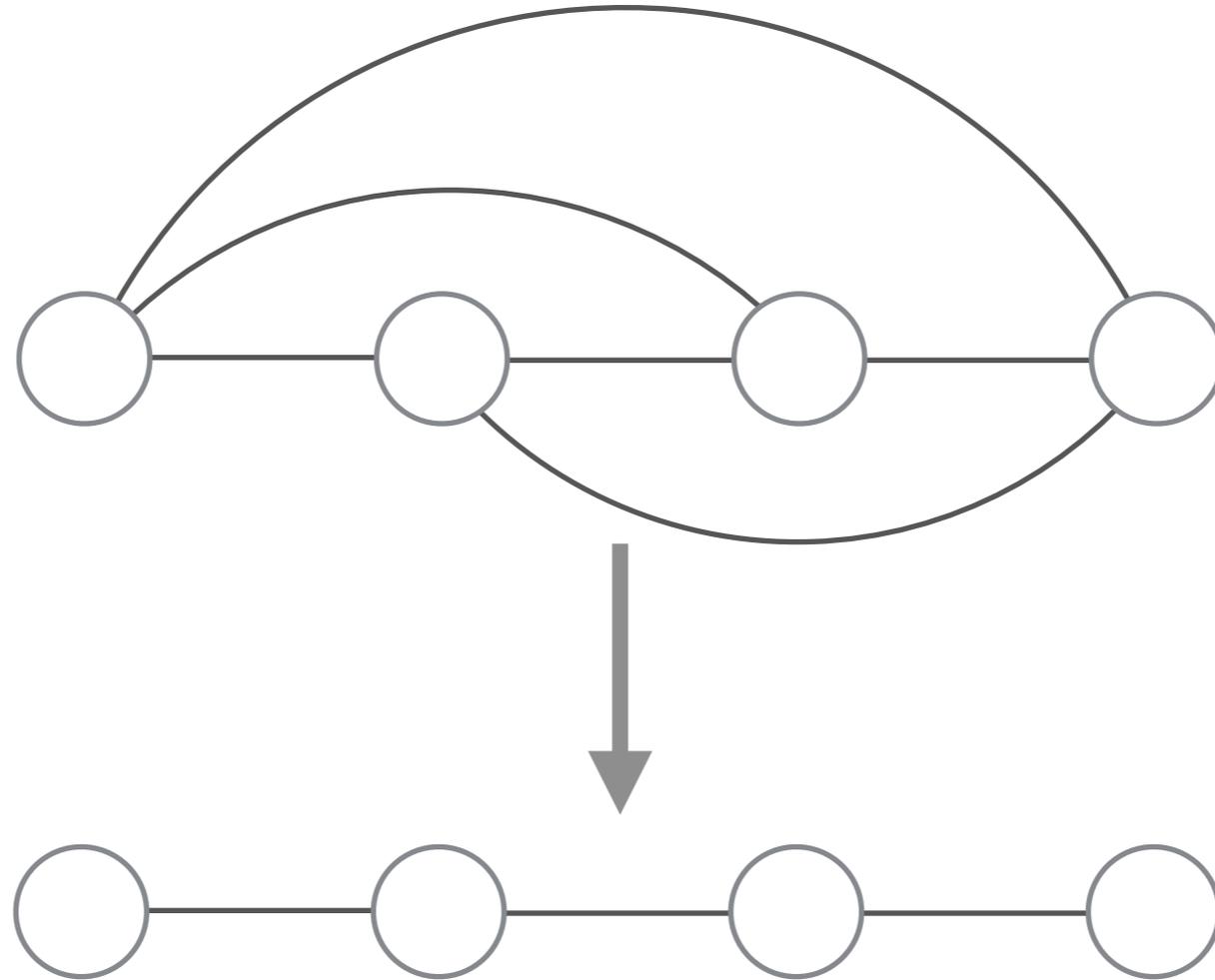
辺の削減



これだけで問題ない

辺の削減

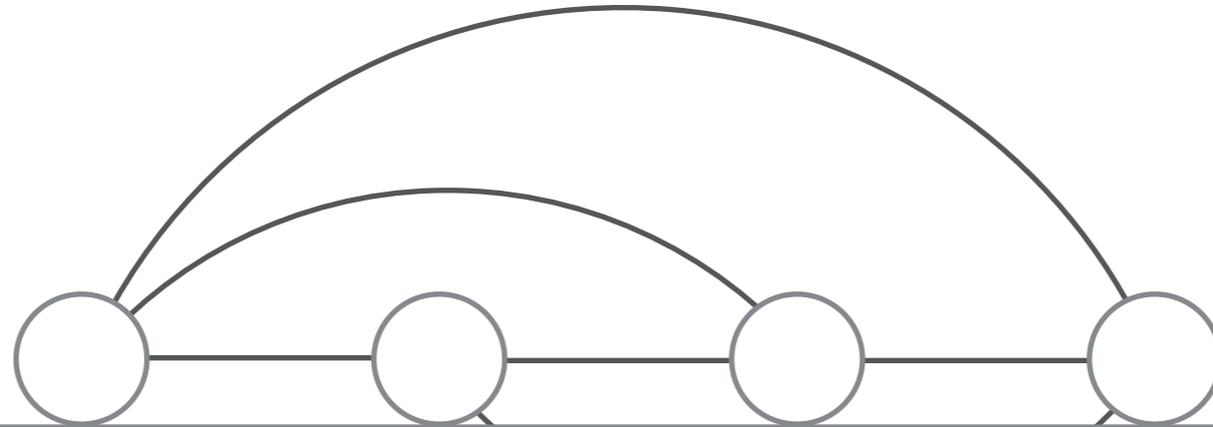
よくある, こういうのを



こうするやつ

辺の削減

よくある, こういうのを



各頂点の次数が $O(1)$ になって全体で
 $O(RC \log RC)$ または $O(RC)$



こうするやつ

得点分布

0点 13点 78点 100点

