

主旋律

December 14, 2014

题目背景



题目大意

一个大小为 n 的有向图，有多少边的子集删去之后仍然使得该有向图强连通？

数据范围：

20%: $n \leq 5$

50%: $n \leq 8$

70%: $n \leq 10$

100%: $n \leq 15, 0 \leq m \leq n(n-1)$

出题界最后良心



现在的年轻人啊，动不动就出什么物理电路题，机器学习题，密码学乱搞题，像我这样一直出正常的题真是越来越少>_<。

选手得分分布

杜瑜皓 100
吕凯风, 卢啸尘 70
其它人 20

20%的数据

注意到 $n \leq 5$ ，这意味着最多只有只有 $n(n-1) = 20$ 条边。
我们不妨直接暴力枚举每条边是否选择，计算答案即可。

50%的数据

注意到 $n \leq 8$ ，这意味着最多只有只有 $n(n-1) = 56$ 条边。看起来好像不能直接暴力了。

注意到问题等价于有多少点集合为 V 的子图（选择一个边集的子集）强连通。

这个问题本身不太好做，我们不妨计算有多少子图不强连通。
一个

50%的数据

注意到 $n \leq 8$ ，这意味着最多只有只有 $n(n-1) = 56$ 条边。看起来好像不能直接暴力了。

注意到问题等价于有多少点集合为 V 的子图（选择一个边集的子集）强连通。

这个问题本身不太好做，我们不妨计算有多少子图不强连通。

一个不强联通的子图，如果我们进行强连通缩点，那么注意到它就变成了一个DAG。

我们不妨先枚举强连通缩点划分的方法，然后计算对应的DAG的数量。

如何计算DAG的数量？这是一个经典问题，枚举入度为0的点然后容斥即可。

这个做法复杂度非常高， $n = 10$ 应该跑不出来。

仔细考虑刚才的计算过程，注意到在容斥中，其实两边的对象是可以分开的。

再使用一个dp计算一个集合分成奇数个连通分量的方案数减去分成偶数个联通分量的方案数即可。

复杂度是 $O(n3^n)$ 。

100%的数据

注意到刚才的算法中， n 来自于计算两个集合之间边的数量，其实这个可以通过简单的预处理来计算，就省去了一个 n ，可以做到 $O(3^n)$ 了。这样就能通过100%的数据。