

## ד. מכת לייזר

שם הבעיה	מכת לייזר
מגבלת זמן	3 שניות
מגבלת זכרון	1 gigabyte

אנה וחברתה קתרין גילו לאחרונה משחק קופסה שהפך לאהוב עליהם: מכת לייזר. במשחק זה, שתי השחקניות עובדות יחד כדי להסיר  $N$  כלי משחק מהלוח. המשחק מתנהל בשני שלבים. הקאץ' הוא שלקתרין לא יהיה את כל המידע על המשחק. כדי לנצח במשחק, אנה וקתרין צריכות לעבוד יחד, ולתקשר כמה שפחות.

ישנם  $N$  כלי משחק יחודיים על הלוח, ממוספרים מ-0 עד  $N - 1$ . שתי השחקניות יכולות לראות את כלי המשחק האלה. בנוסף יש  $N - 1$  חיבורים בין זוגות כלי משחק, כך שאפשרי להגיע לכל כלי משחק מכל כלי משחק אחר דרך החיבורים הללו. במילים אחרות, החיבורים האלה יוצרים עץ. רק אנה יכולה לראות את החיבורים האלה; קתרין לא יודעת אותם.

בשלב הראשון של המשחק, אנה בוחרת סדר  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$  שבו כלי המשחק צריכים להיות מוסרים, עד שנשאר רק אחד. סדר זה ישמר בסוד מקתרין. אם היא תצליח לשחזר אותו, הן ינצחו במשחק. הסרת כלי המשחק חייבת לעמוד בכלל הבא: כל פעם שכלי משחק מוסר, הוא חייב להיות מחובר לבדיוק כלי משחק אחד שנשאר. במילים אחרות, הכלי שמוסר חייב להיות עלה של העץ הנוצר ממנו ומכלי המשחק שנשארו. (לאחר ש- $N - 1$  כלי משחק הוסרו, כלי המשחק האחרון מוסר אוטומטית והשחקניות מנצחות.) אנה חייבת לבחור סדר שמתאים לכלל לעיל.

בנוסף אנה תכתוב הודעה לקתרין, בצורה של מחרוזת בינארית. אנה יכולה לבחור כמה ארוכה ההודעה - אבל ככל שהיא תהיה קצרה יותר, כך הן יקבלו יותר נקודות.

לאחר מכן, השלב השני של המשחק מתחיל. מטרת המשחק עבור קתרין היא להסיר  $N - 1$  כלי משחק מהלוח בסדר  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ . היא תבצע  $N - 1$  מהלכים. לפני המהלך ה- $i$ , אנה תאמר לקתרין שני מספרים שלמים  $a, b$  עם המאפיינים הבאים:

- $a < b$ ;
- עדיין יש זוג כלי משחק עם המספרים  $a$  ו- $b$  שמחוברים ישירות; וגם
- או  $a$  או  $b$  הוא כלי המשחק הנכון  $\ell_i$  שאמור להיות מוסר במהלך זה.

שימו לב שעבור אנה החיבור  $(a, b)$  נקבע באופן יחודי לפי העלה  $\ell_i$  בעץ הנוכחי.

לאחר מכן קתרין מסירה את  $a$  או את  $b$  מהלוח. אם זה היה הכלי הנכון - כלומר  $\ell_i$  - הן ממשיכות לשחק. אחרת הן מפסידות במשחק.

המשימה שלך היא לממש את האסטרטגיות של אנה ושל קתרין כך שהן ינצחו במשחק.

התוכנית שלך תקבל ניקוד כתלות באורך ההודעה שאנה תכתוב בשלב הראשון של המשחק.

## מימוש

זו בעיה עם ריצות מרובות, כלומר התוכנית שלך תורץ פעמיים. בפעם הראשונה שהיא תרוץ, עליה לממש את האסטרטגיה של אנה לשלב הראשון של המשחק. לאחר מכן, היא צריכה לממש את האסטרטגיה של קתרין לשלב השני של המשחק.

השורה הראשונה של הקלט מכילה שני מספרים שלמים,  $P$  ו- $N$ , כאשר  $P$  הוא 1 או 2 (שלב ראשון או שני), ו- $N$  הוא מספר כלי המשחק.

המשך הקלט תלוי בשלב המשחק:

### שלב 1: אנה

לאחר השורה הראשונה (המתוארת לעיל)  $N - 1$  השורות הבאות בקלט מתארות את העץ. כל שורה מכילה שני מספרים,  $a$  ו- $b$  ( $0 \leq a < b \leq N - 1$ ), המציינים חיבור בין כלי המשחק  $a$  ו- $b$ .

על התוכנית שלך להתחיל בלהדפיס כפלט מחרוזת בינארית עם לכל היותר 1 000 תווים, כל אחד 0 או 1, ההודעה שאנה כותבת. שימי לב שכדי ליצור מחרוזת באורך 0, היא צריכה להדפיס שורה ריקה.

לאחר מכן, היא צריכה להדפיס כפלט  $N - 1$  מספרים שלמים  $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$  בשורות נפרדות, המתארים את הסדר בו אנה רוצה להסיר את העלים מהעץ. הסדר חייב להיות כזה שבו אם כלי המשחק מוסרים זה אחר זה מהעץ בסדר זה, הכלי המוסר חייב תמיד להיות עלה, כלומר העץ חייב תמיד להשאר מחובר.

### שלב 2: קתרין

לאחר השורה הראשונה (מתוארת לעיל), שורת הקלט הבאה מכילה מחרוזת בינארית (ההודעה של אנה) משלב 1.

לאחר מכן, יהיו  $N - 1$  סבבים של אינטרקציה, אחד לכל מהלך של קתרין.

במהלך ה- $i$ , על התוכנית שלך ראשית לקלוט שני מספרים,  $a$  ו- $b$  ( $0 \leq a < b \leq N - 1$ ). אחד מכלי המשחק האלה הוא העלה  $\ell_i$  בסדר של אנה, והכלי האחר הוא היחיד שנשאר שמחובר ל- $\ell_i$ . אז, התוכנית שלך צריכה להדפיס  $\ell_i$ , מה שאומר שקתרין מסירה את העלה הזה. אם התוכנית שלך לא תדפיס את העלה הנכון  $\ell_i$ , הבנות יפסידו במשחק וההגשה שלך תישפט כ-Wrong Answer לטוט הזה.

## פרטים

אם סכום זמני הריצה של שתי ההרצות הנפרדות של התוכנית שלך יחרוג ממגבלת הזמן, ההגשה שלך תישפט כ-Time Limit Exceeded.

ודאי שאת עושה flush ל-standard output אחרי הדפסת כל שורה, אחרת התוכנית שלך עלולה להשפט כ-Time Limit Exceeded. ב-Python, זה קורה באופן אוטומטי כל עוד את משתמשת ב-input() כדי לקרוא שורות. ב-C++, הפקודה cout << endl; מבצעת flush בנוסף להדפסת שורה חדשה; אם את משתמשת ב-printf, השתמשי ב-fflush(stdout).

שימי לב שקליטת מחרוזת ריקה בצורה נכונה עלולה להיות מסובכת. הטמפלייט הנתון מטפל במקרה זה בצורה נכונה.

## אילוצים וניקוד

- $N = 1\,000$ .
- $0 \leq a < b \leq N - 1$  לכל החיבורים.

הפתרון שלך יבדק על אוסף של קבוצות בדיקה, כל אחת שווה מספר נקודות. כל קבוצת בדיקה מכילה אוסף של טסטים. כדי לקבל את הנקודות עבור קבוצת בדיקה, עליך לפתור את כל הטסטים בקבוצת הבדיקה.

קבוצה	ניקוד מקסימלי	אילוצים
1	8	העץ הוא כוכב. כלומר, כל הצמתים חוץ מאחד הם עלים.
2	9	העץ הוא שרשר. כלומר, לכל הצמתים מלבד שני עלים יש בדיוק שני צמתים סמוכים.
3	21	העץ הוא כוכב עם שרשרים שיוצאים ממנו. כלומר, לכל הצמתים אחד או שני צמתים סמוכים, חוץ מאחד שיש לו יותר משני צמתים סמוכים.
4	36	המרחק בין כל שני צמתים הוא לכל היותר 10.
5	26	ללא אילוצים נוספים.

עבור כל קבוצת בדיקה שהתוכנית שלך תפתור נכון, תקבלי ניקוד לפי הנוסחה הבאה:

$$\text{score} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} \max(K, 1)),$$

כאשר  $S_g$  הוא הניקוד המירבי לקבוצת הבדיקה, ו- $K$  הוא האורך המירבי להודעה של אנה שדרוש בשביל טסט בקבוצת הבדיקה. הניקוד שלך בכל קבוצת בדיקה יעוגל למספר השלם הקרוב ביותר.

הטבלה למטה מראה את מספר הנקודות, עבור כמה ערכים של  $K$ , שהתוכנית שלך תקבל אם היא תפתור את כל קבוצות הבדיקה עם ה- $K$  הזה. בפרט, כדי לקבל 100 נקודות, התוכנית שלך צריכה לפתור כל טסט עם  $K \leq 1$ .

1	5	10	50	100	500	1000	K
100	79	70	49	39	20	11	ניקוד

## כלי בדיקה

כדי להקל בבדיקת התוכנית שלך, סיפקנו כלי בדיקה פשוט שאת יכולה להוריד. ראי "attachments" בתחתית עמוד הבעיה ב-Kattis. השימוש בכלי אופציונלי. שימי לב שהגרסידר הרשמי ב-Kattis שונה מהאחד שמסופק בכלי הבדיקה.

על מנת להשתמש בכלי, צרי קובץ קלט, כגון "sample1.in", שצריך להתחיל עם מספר  $N$  ואחריו  $N - 1$  שורות המתארות את העץ, באותו פורמט של שלב 1. לדוגמה, עבוד הדוגמה מטה:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

עבור תוכניות Python, נניח solution.py (שמריצים בשגרה עם pypy3 solution.py), הריצי:

```
python3 testing_tool.py pypy3 solution.py < sample1.in
```

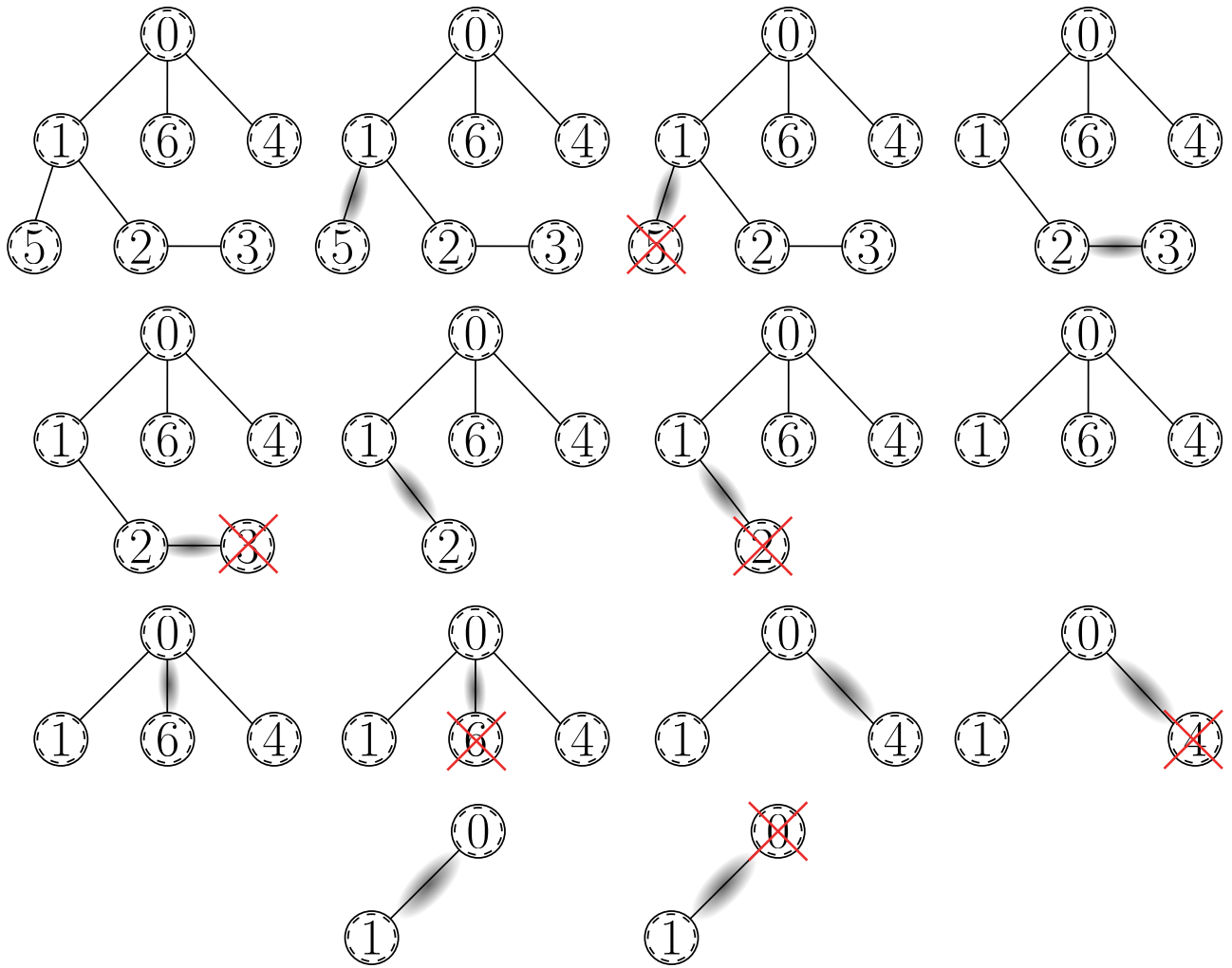
עבור תוכניות C++, תחילה קמפלי אותה (למשל עם g++ -g -O2 -std=gnu++23 -static solution.cpp ו-`o solution.out`) ואז הריצי:

```
python3 testing_tool.py ./solution.out < sample1.in
```

## דוגמה

שימי לב שבדוגמה בחלק זה  $N = 7$  למען הפשטות ולכן היא לא טסט קביל. לא מצופה מהתוכנית שלך לפתור את המקרה הזה. כל הטסטים בגריידר יהיו עם  $N = 1\,000$ .

בדוגמה, אנה מקבלת את העץ הבא. בשלב הראשון, אנה קוראת את העץ, בוחרת מחרוזת בינארית "0110" לשלוח לקתרין, וגם בוחרת סדר  $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$  לפיו על כלי המשחק להיות מוסרים מהעץ. בשלב השני, קתרין מקבלת את המחרוזת "0110" שנשלחה בשלב הראשון. אז היא מקבלת את הזוג  $(1, 5)$  ומחליטה להסיר את צומת 5, שאכן העלה. למהלך הבא היא מקבלת את הזוג  $(2, 3)$  ומסירה את העלה 3, וכן הלאה. התמונה הבאה מתארת את האינטרקציות:



הפלט שלך	הפלט של הגריידר
	1 7
	0 1
	1 2
	2 3
	0 4
	0 6
	1 5
0110	
5	
3	
2	
6	
4	
0	

הפלט שלך	הפלט של הגריידר
	2 7
	0110
	1 5
5	
	2 3
3	
	1 2
2	
	0 6
6	
	0 4
4	
	0 1
0	