

# Meetings2 解説

担当：高谷 悠太

# 問題概要

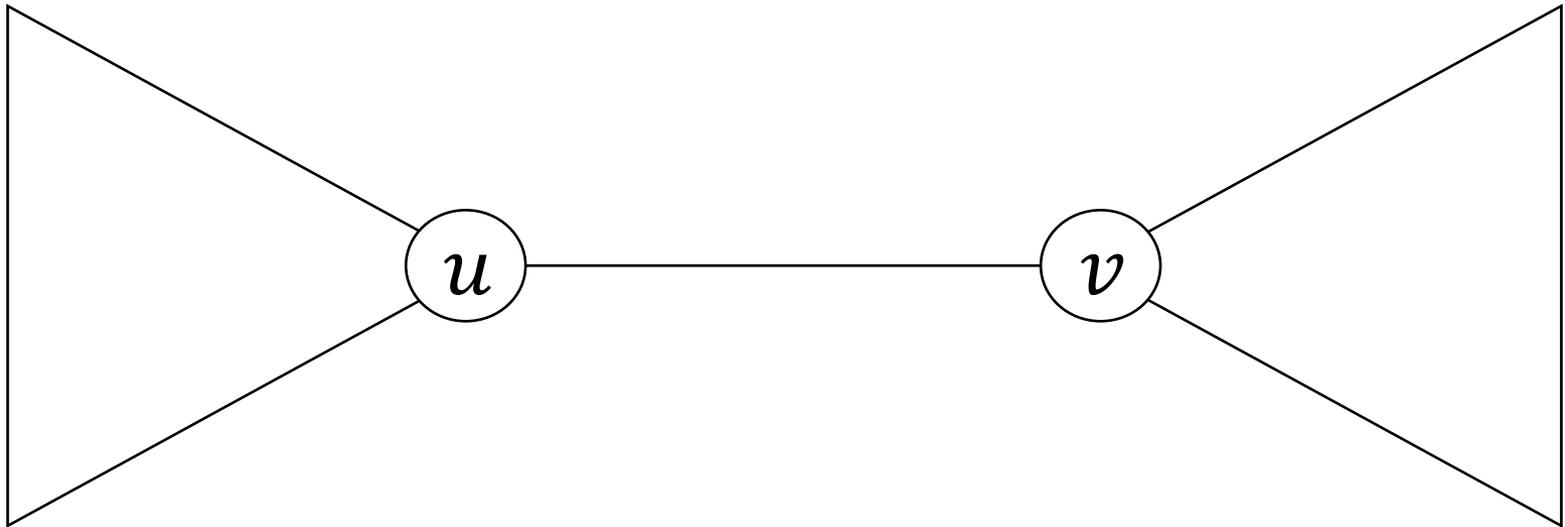
- $N$  頂点からなる木がある.
- $1 \leq k \leq N$  なる各整数  $k$  について  
頂点を  $k$  個選んだとき, それらからの距離の和が最小となる頂点の個数としてありうる最大値  
を求めよ.

# 小課題 1 : $N \leq 16$

- 頂点の選び方を  $2^N$  通り試す.
- 各頂点につき  $O(N)$  で距離の和を計算する.
- 全体で  $O(N^2 2^N)$  の計算量で求まる.

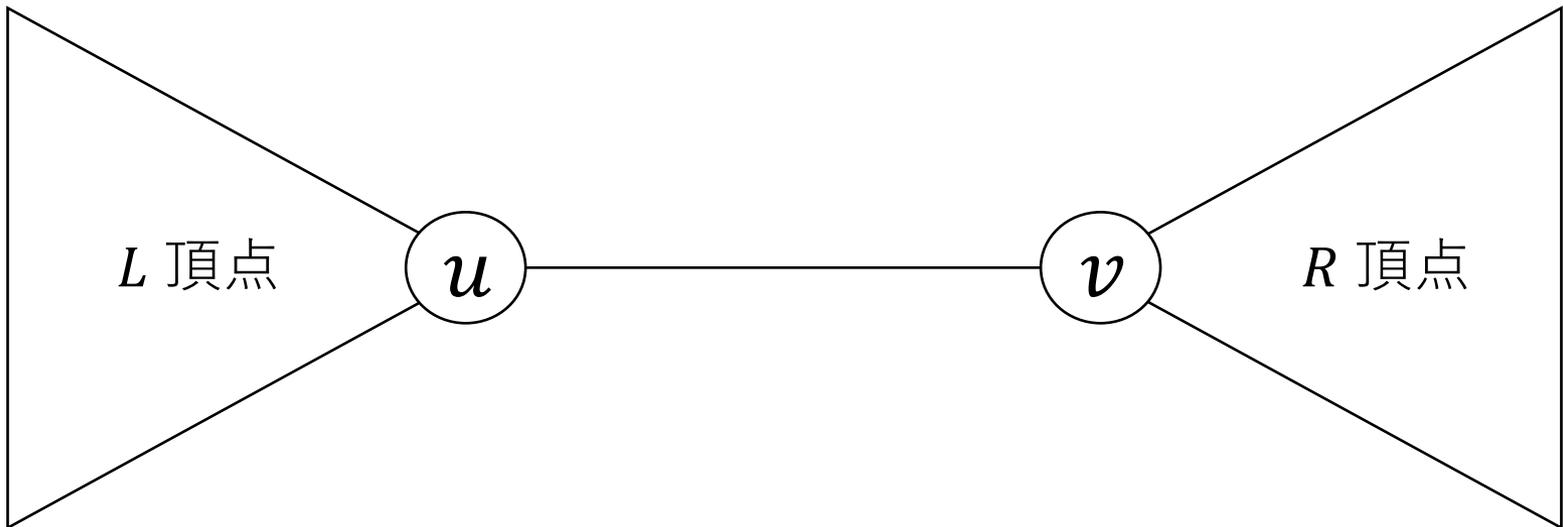
## 小課題 2 : $N \leq 4,000$

- 頂点集合を決めたとき，距離の和が最小となる頂点が 2 つ以上ある場合を考える。

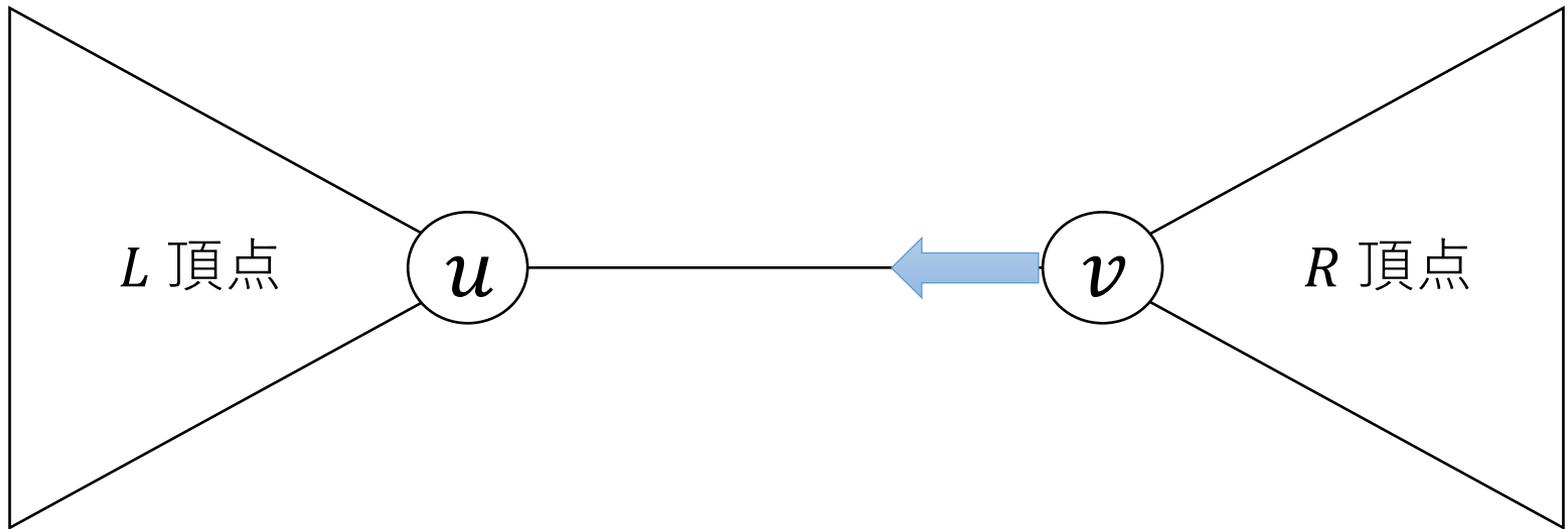


## 小課題 2 : $N \leq 4,000$

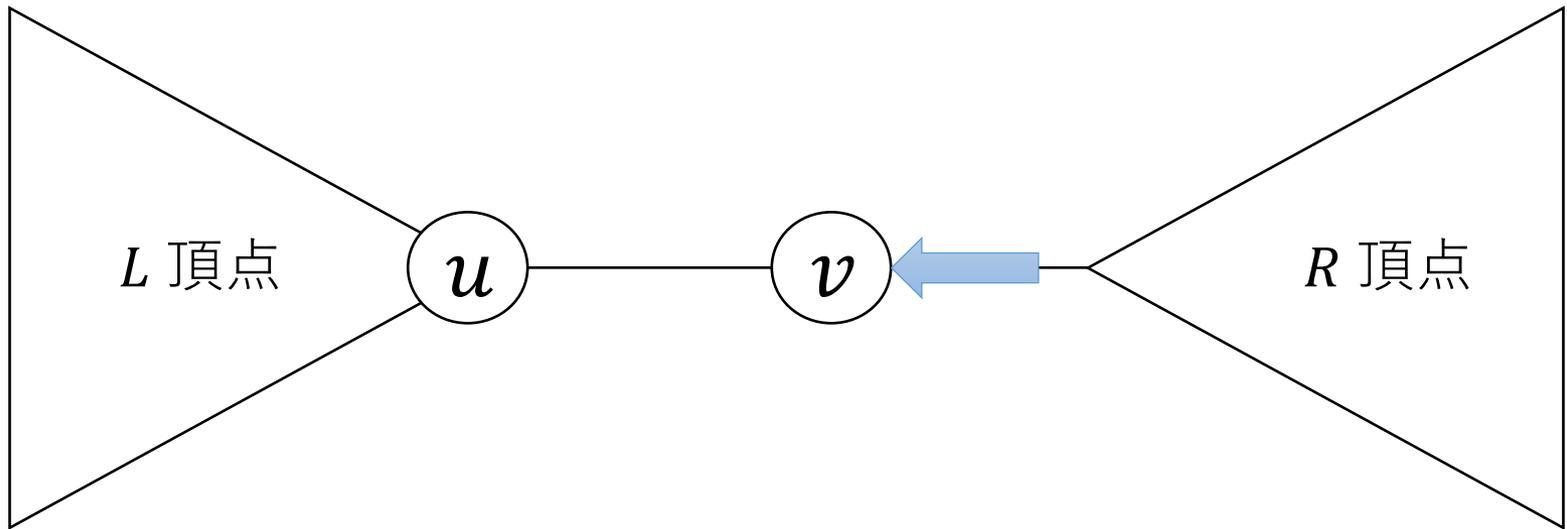
- $L$  : 左の部分木内にある選ばれた頂点の個数
- $R$  も同様.



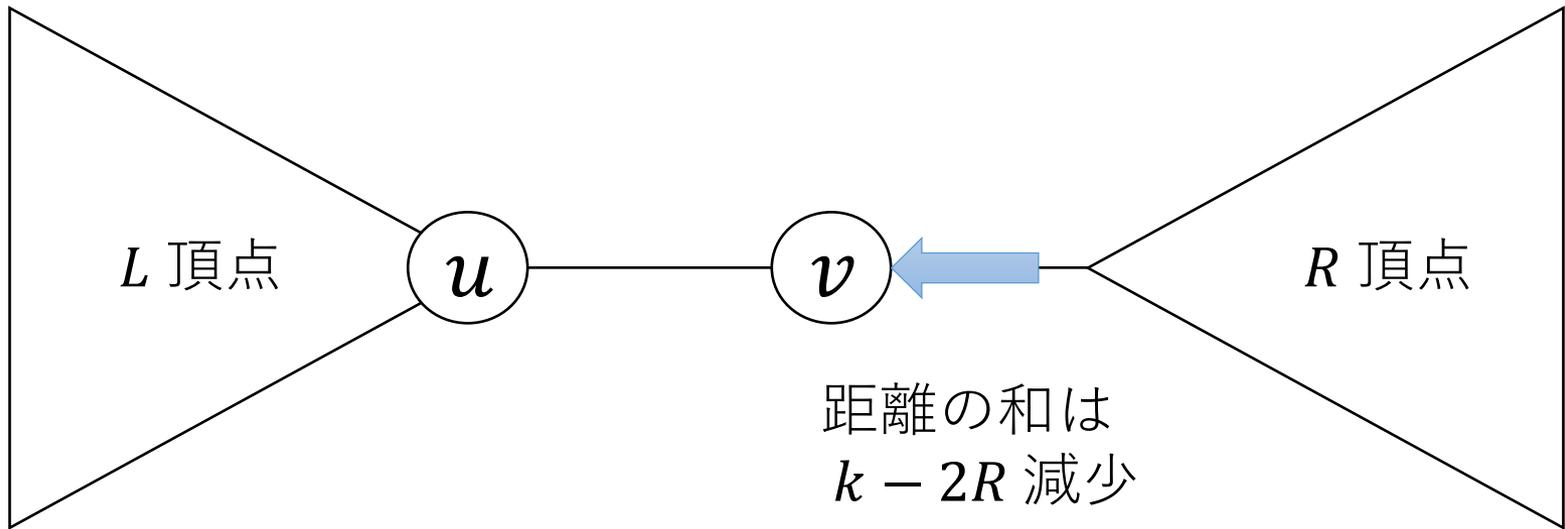
# 小課題 2 : $N \leq 4,000$



# 小課題 2 : $N \leq 4,000$

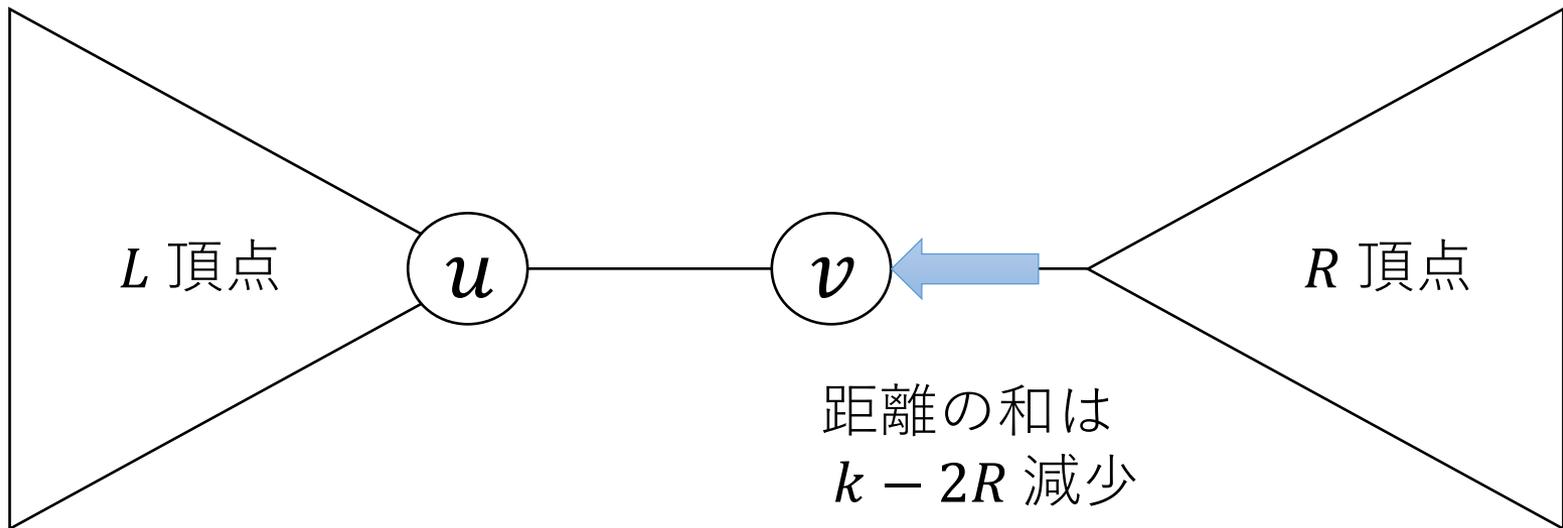


# 小課題 2 : $N \leq 4,000$



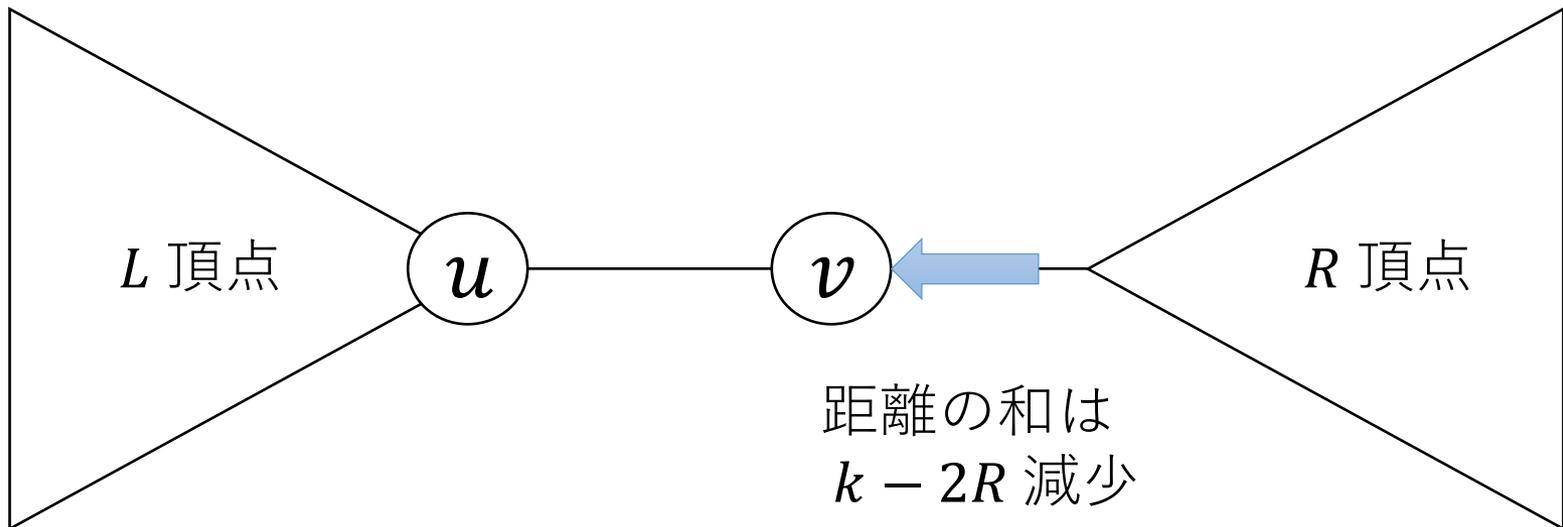
# 小課題 2 : $N \leq 4,000$

- $v$  の最小性から  $k - 2R \leq 0$



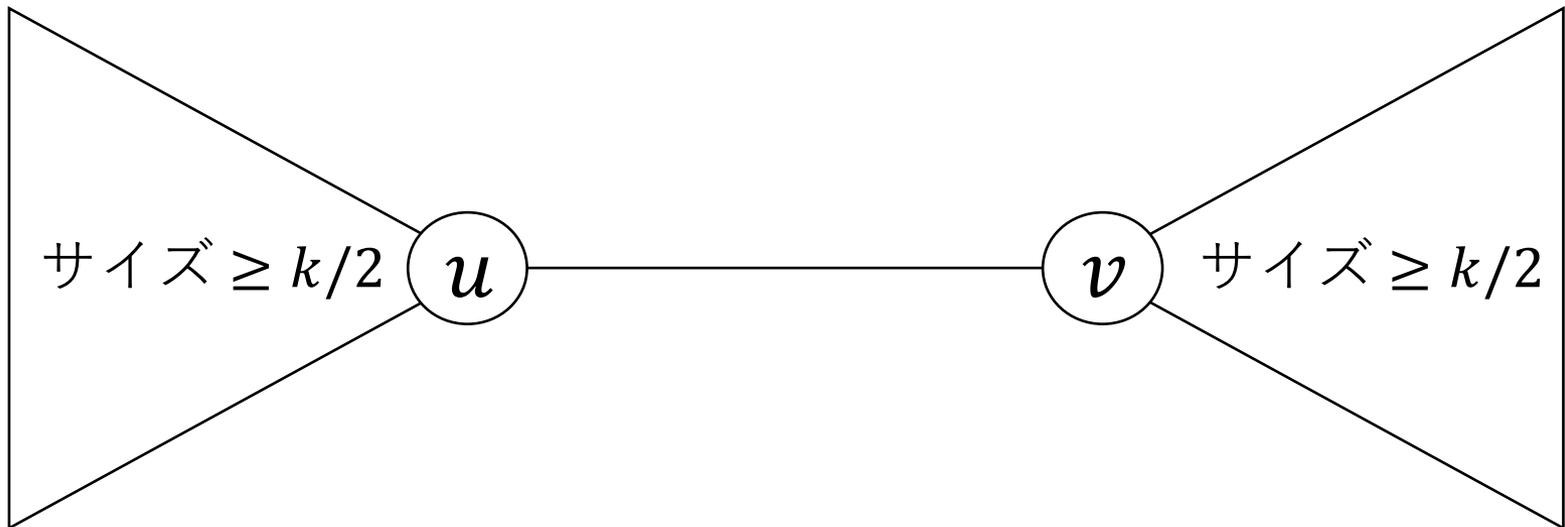
## 小課題 2 : $N \leq 4,000$

- $v$  の最小性から  $k - 2R \leq 0$
- 同様に  $k - 2L \leq 0$  なので  $L = R = k/2$



## 小課題 2 : $N \leq 4,000$

- $k$  が奇数の場合は答えは 1
- $k$  が偶数の場合は、以下を満たす  $u, v$  の距離の最大値 + 1 が答え.

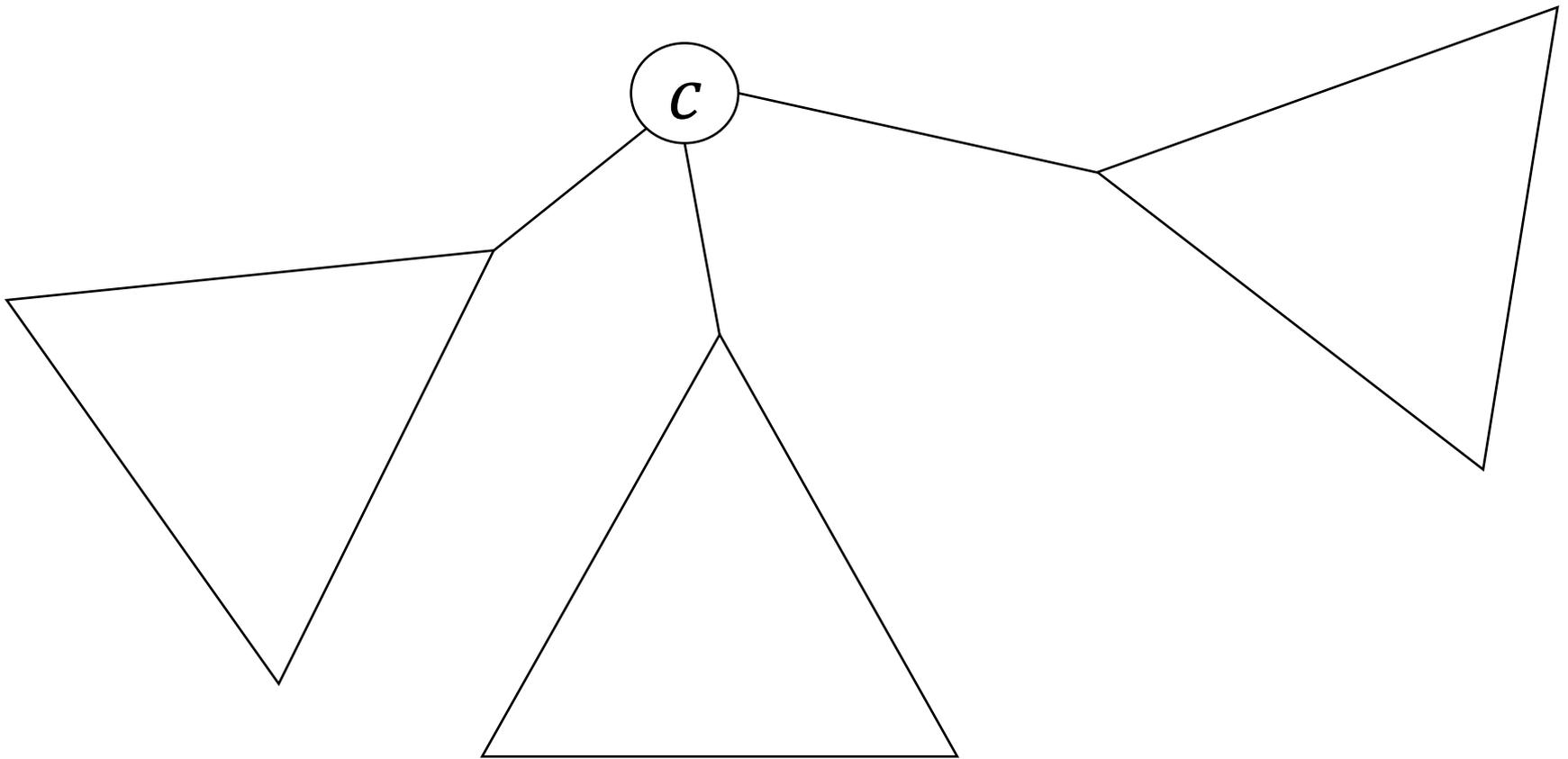


## 小課題 2 : $N \leq 4,000$

- $u$  を  $N$  通り試す.
- 各  $v$  について, 以下を求める.
  1.  $u$  からの距離
  2.  $v$  を含まない  $u$  に"接続する"部分木のサイズ
  3.  $u$  を含まない  $v$  に"接続する"部分木のサイズ
- 各  $u$  ごとに  $O(N)$  ですべての値が求まる.

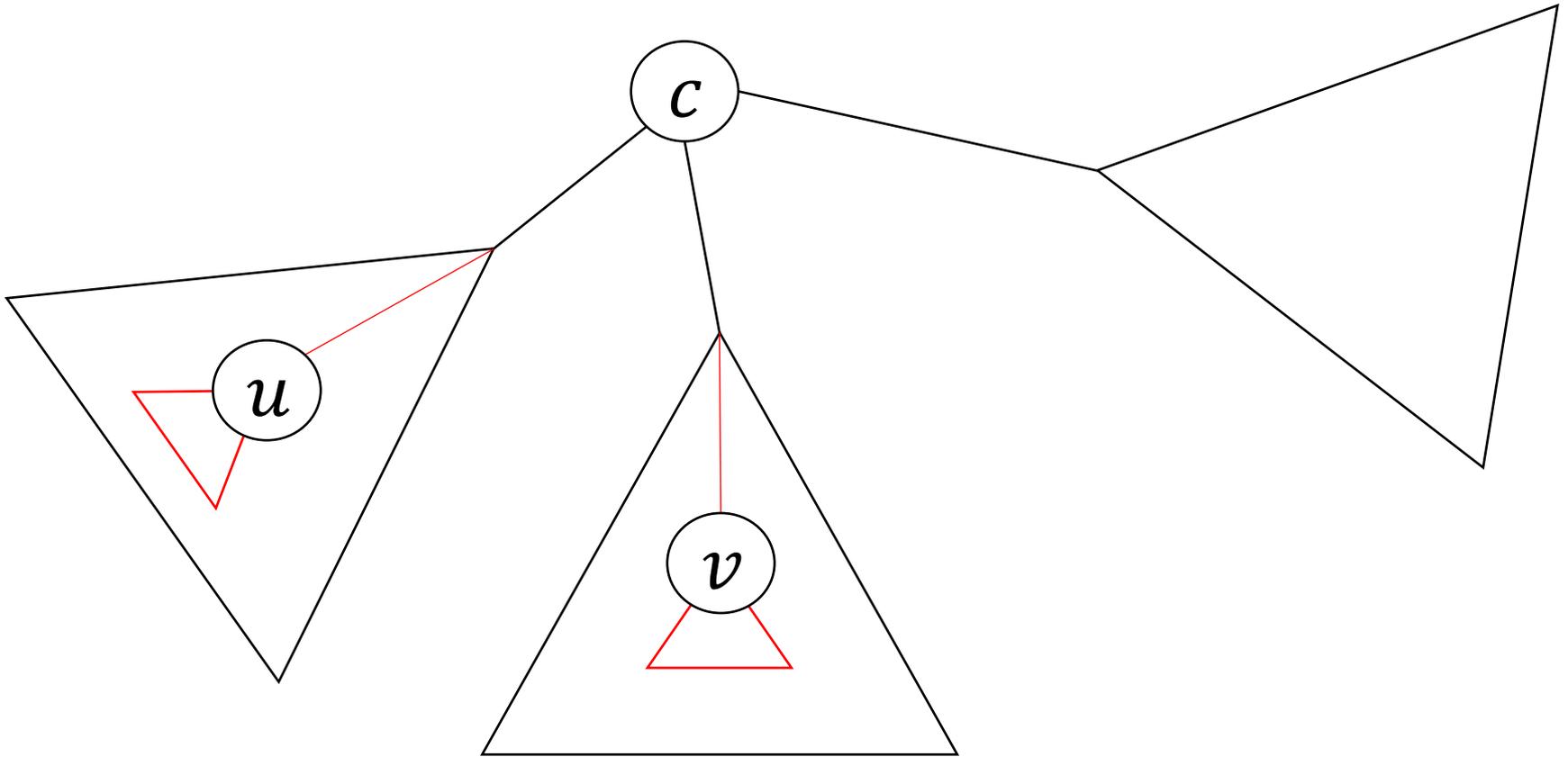
# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- 木の重心  $c$  をとる.



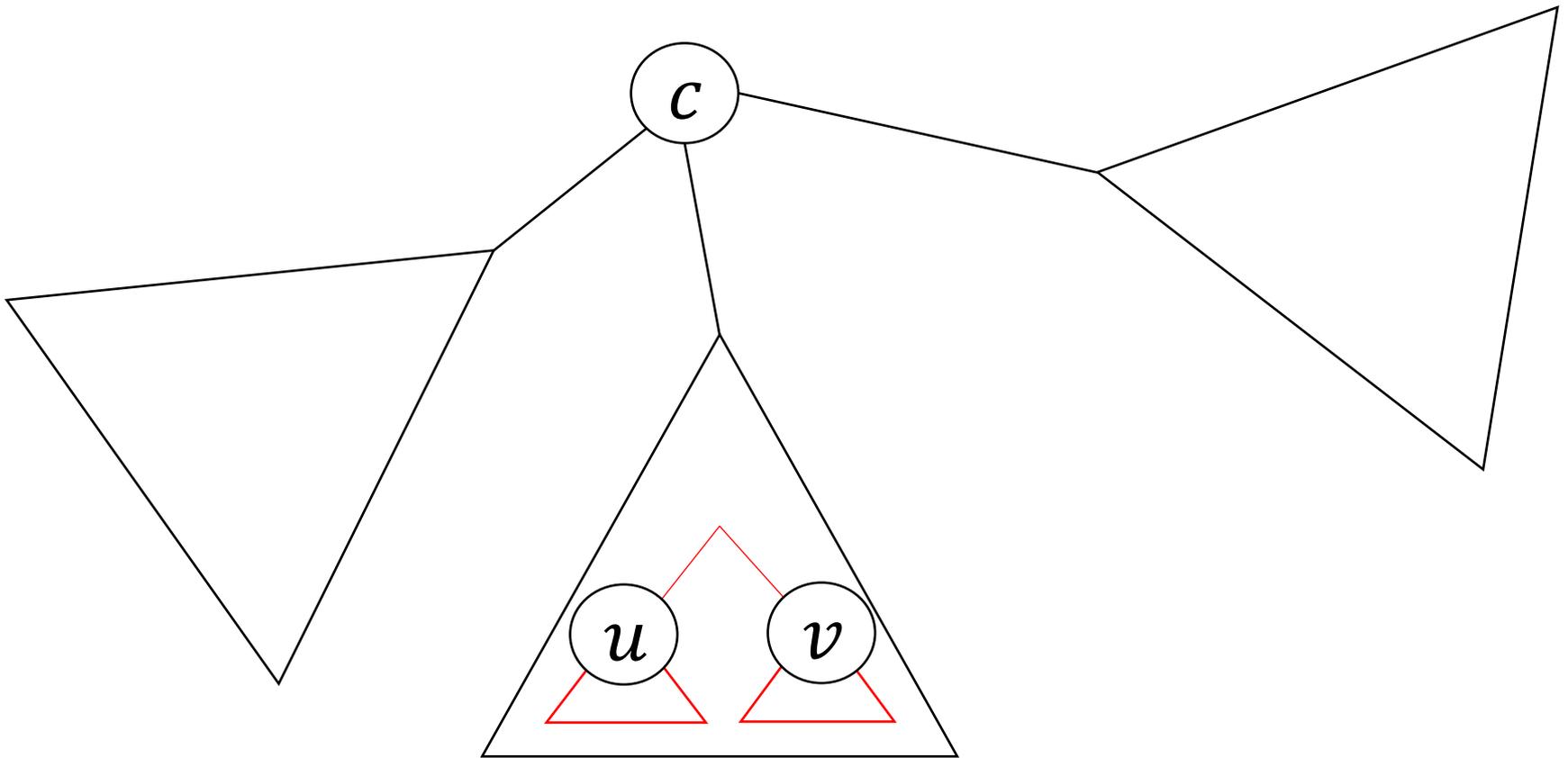
# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $u, v, c$  の位置関係を考える.



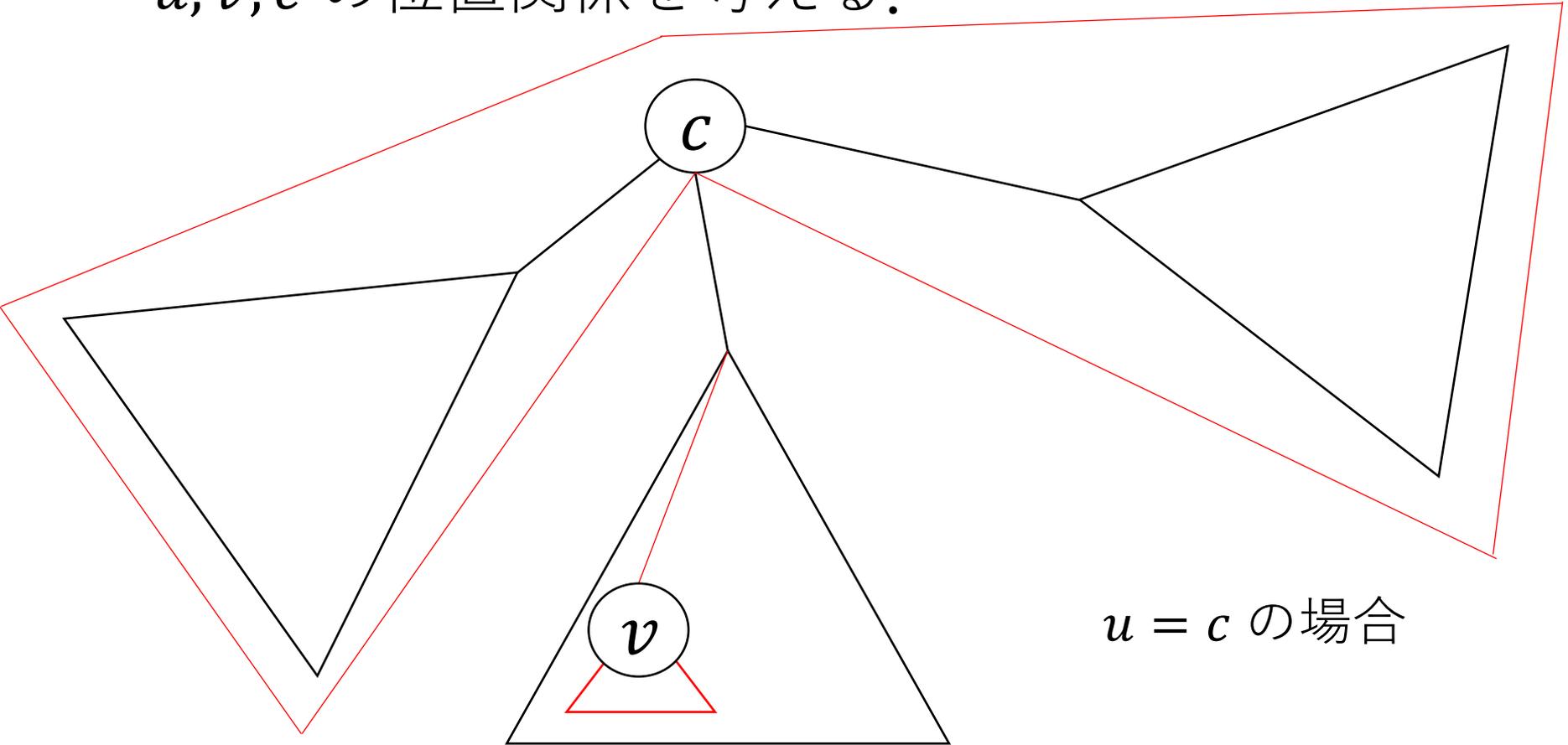
# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $u, v, c$  の位置関係を考える.



# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

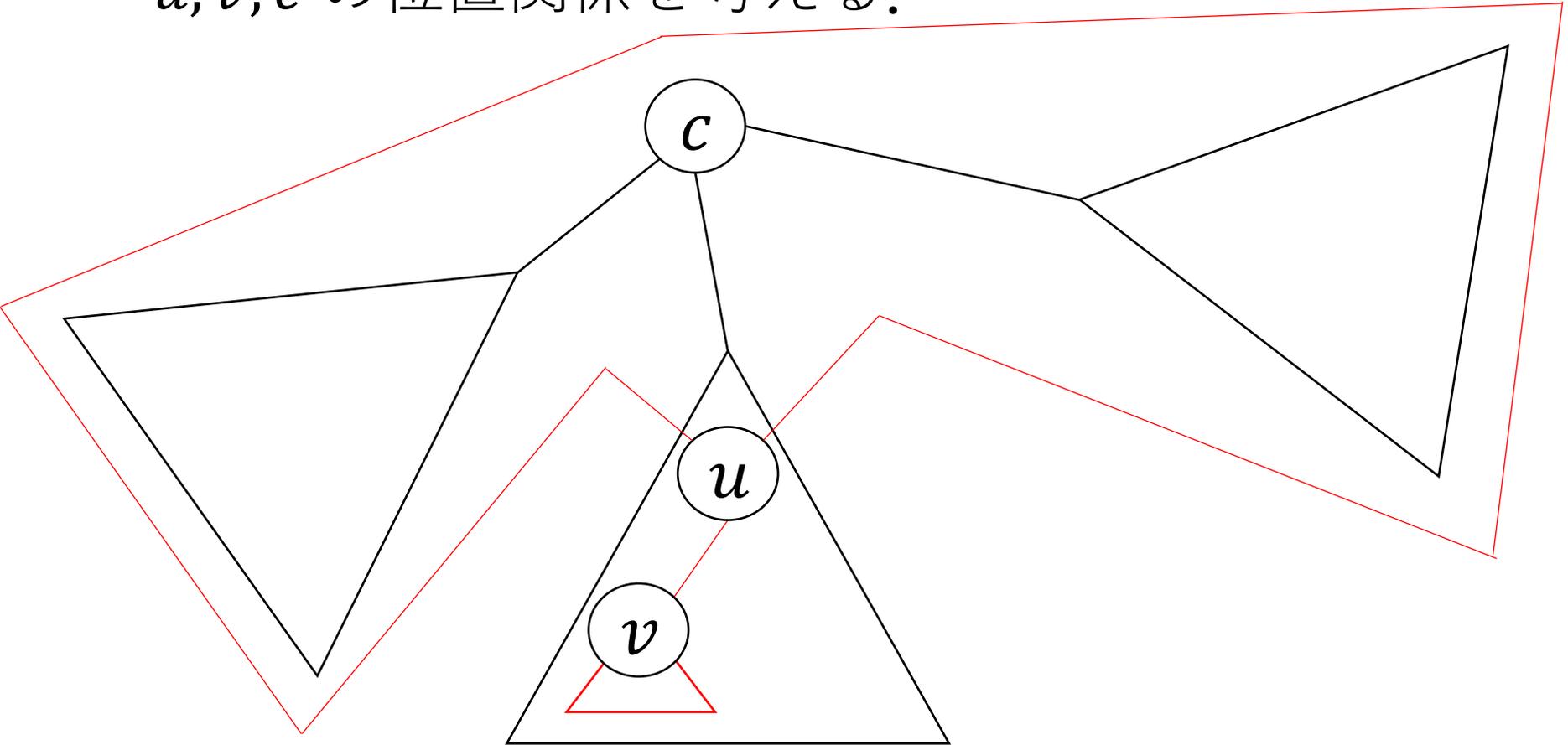
- $u, v, c$  の位置関係を考える.



$u = c$  の場合

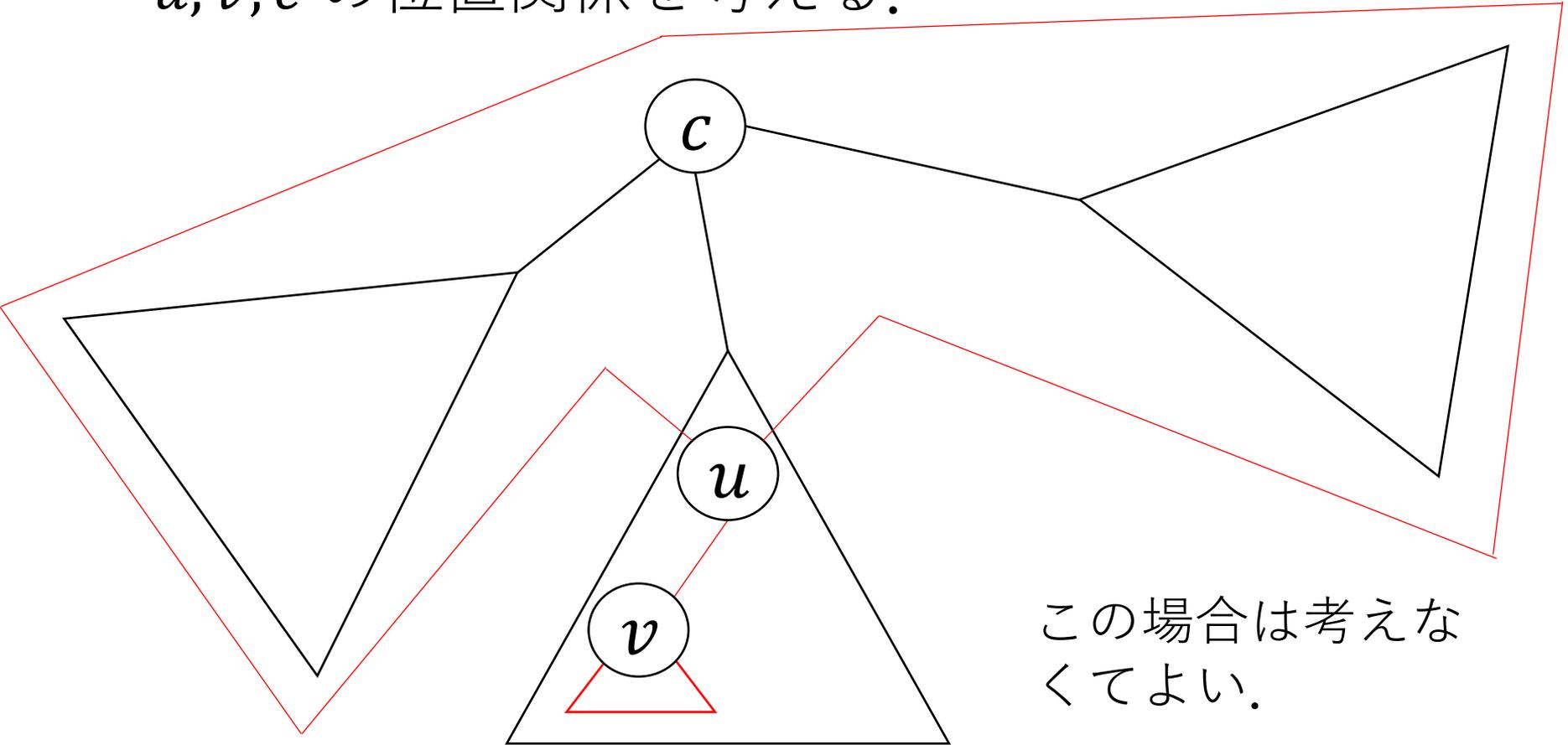
# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $u, v, c$  の位置関係を考える.



# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $u, v, c$  の位置関係を考える.



この場合は考えなくてよい.

## 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $u, v$  の一方が  $c$  の場合は簡単なので、以下そうでない場合を考える.
- 先の考察より,  $u$  に接続する  $v$  を含まない部分木は  $c$  を含まないとしてよい.
  - 逆も同様.

# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- $c$  を根として根付き木とする.
- $u$  に接続する  $v$  を含まない部分木は, 根付き木としたとき,  $u$  を根とする部分木に対応する.
  - そのサイズは  $v$  によらない値となる.
- 各  $1 \leq k \leq N/2$  について以下を求めればよい.
  - 対応する部分木のサイズが  $k$  以上である 2 頂点の距離の最大値.

# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

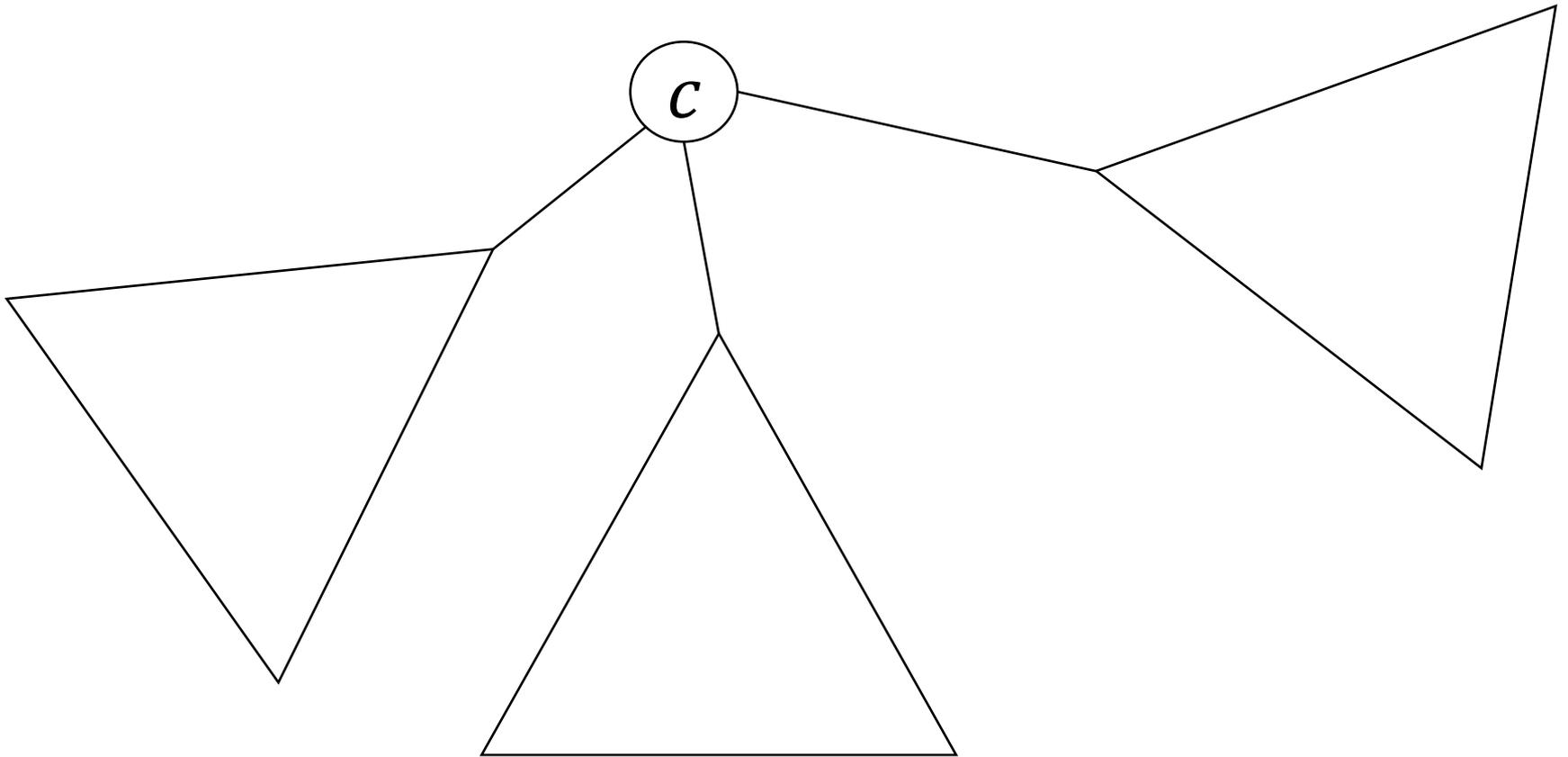
- 頂点を 1 つずつ追加していき，直径を求めることができればよい.
- 各時点で，直径の端点を保持しておく.
- 追加する頂点と追加前の端点の距離が分かれば，直径とその端点を更新できる.

# 小課題 3 : $N \leq 200,000$

- LCA が計算できればよい.
- 計算量は  $O(N \log N)$

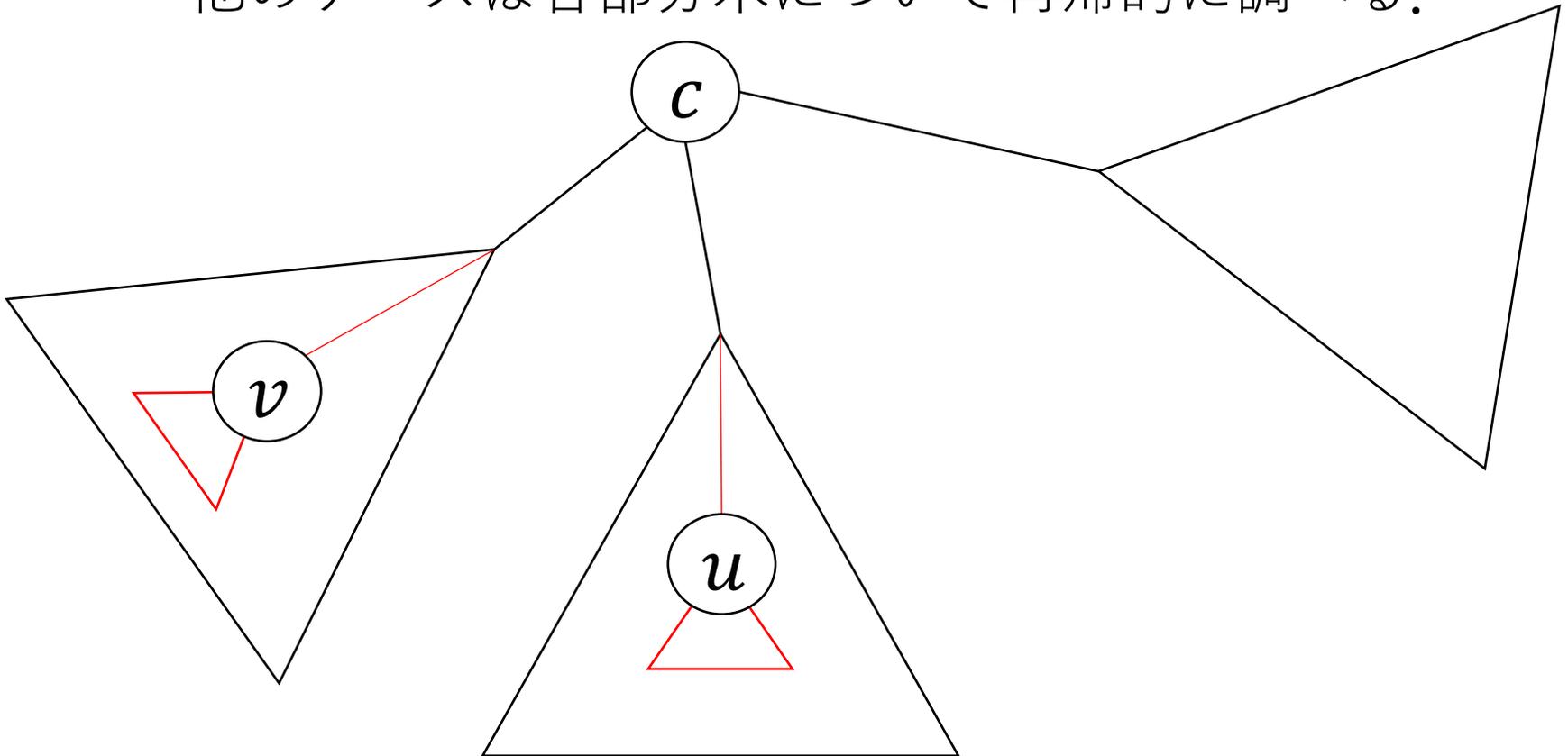
# 小課題 3 : $N \leq 200,000$ (別解)

- 木の重心  $c$  をとる.



# 小課題 3 : $N \leq 200,000$ (別解)

- この場合のみ考えれば十分.
  - 他のケースは各部分木について再帰的に調べる.



## 小課題 3 : $N \leq 200,000$ (別解)

- 重心まわりの部分木を適当に並べる.
- 左右から部分木を順に見ていき, 各段階で
  - ある一定のサイズ以上の部分木の重心からの距離の  
最大値  
が分かればよい.
- RMQ を使えば可能. 計算量は  $O(N(\log N)^2)$

# 得点分布

