

“던전 (dungeon)” 문제 풀이

작성자: 이종영

부분문제 1

철수의 경로로 가능한 경우의 수는 $\binom{2N-2}{N-1}$ 개가 있으며, 영의의 경로로 가능한 경우의 수도 같다. 따라서 가능한 경로의 조합의 수는 $\binom{2N-2}{N-1}^2$ 개이다. 모든 조합에 대해 실제로 시도해 보며, 각 칸을 지났는지를 $O(N^2)$ 에 확인하면 된다.

부분문제 2

두 경로가 겹치는 부분은 한 행의 연속한 열, 또는 한 열의 연속한 행 뿐이다. 따라서 겹치는 부분으로 가능한 경우의 수는 $O(N^3)$ 개이다.

각 겹치는 부분마다, 해당 경우의 최댓값을 구한다. 이는 각 꼭짓점에서 시작해 해당 칸까지 도달하는 경로의 최대 가치를 $O(N^2)$ 의 동적 계획법으로 전처리한 후, 각 꼭짓점에서 겹치는 부분으로 진입하는 칸들의 조합을 모두 시도해 보면 된다. 이 때, 해당 경로들이 서로 겹치지 않는 경우에만 진입할 수 있음에 유의해야 한다. 한 가지 예시로, 겹치는 부분이 한 행의 연속한 열인 경우를 생각해 보자. 왼쪽 위에서 시작하는 경로는 겹치는 부분의 왼쪽 끝 칸의 윗쪽 또는 왼쪽 칸에 도달할 수 있으며, 왼쪽 아래에서 시작하는 경로는 겹치는 부분의 왼쪽 끝 칸의 왼쪽 또는 아래쪽 칸에 도달할 수 있다. 단, 두 경로 모두 왼쪽 끝 칸의 왼쪽 칸에 도달하는 경우는 제외해야 한다. 겹치는 부분 내의 점수는 부분합 등의 방법으로 $O(1)$ 에 구할 수 있다.

부분문제 3

$N = 2$ 인 경우, 모든 칸을 한 번 이상은 방문하게 되므로 모든 칸의 가치의 합이 답이 된다.

$N > 2$ 인 경우, 겹치는 부분이 두 칸 이상이라면, 적절한 경로의 수정을 통해 정확히 한 칸이 겹치는 경우로 바꿔줄 수 있다. 모든 칸의 가치가 0 이상이므로 이러한 수정을 통해 가치의 합이 감소하지 않음을 알 수 있다. 겹치는 부분이 한 칸인 경우의 수는 $O(N^2)$ 이므로, 모든 경우를 다 시도해보며 서브태스크 2의 풀이를 사용할 수 있다.

부분문제 4

서브태스크 2의 풀이에서 둘 이상의 칸이 겹치는 경우를 최적화한다. 겹치는 부분이 한 행의 연속한 열인 경우를 해결하면, 한 열의 연속한 행인 경우는 격자를 돌려 같은 방식으로 해결할 수 있다.

겹치는 부분의 행을 고정하자. 어떤 열의 구간의 값은 왼쪽 두 꼭짓점에서 오는 경로들이 왼쪽 끝 칸에 어떻게 도달하는지와, 오른쪽 두 꼭짓점에서 오는 경로들이 오른쪽 끝 칸에 어떻게 도달하는지에 따라 정해진다. 구간의 길이가 2 이상이므로 해당 두 값들은 서로 독립이다. 즉, 열의 구간 $[l, r]$ 에 대해, 해당 구간의 값은 $A_l + B_r$ 의 꼴로 나타낼 수 있다. 이제 현재 열 i 를 증가시키며 $l < i$ 인 i 들 중 A_l 의 최댓값을 관리하면 $A_l + B_i$ 가 답의 후보가 된다. 따라서 각 행에 대해 $O(N)$ 에 문제를 해결할 수 있고, 전체 문제가 $O(N^2)$ 에 해결된다.