

全国青少年信息学奥林匹克 山东省省队选拔赛 2011 第一轮

第二试

竞赛时间：2011 年 3 月 27 日

题目名称	拦截导弹	工作安排	迷宫探险
目录	missile	job	maze
可执行文件名	missile.exe	job.exe	maze.exe
输入文件名	missile.in	job.in	maze.in
输出文件名	missile.out	job.out	maze.out
每个测试点时限	3s	1s	1s
测试点数目	20	20	10
每个测试点分值	5	5	10
内存限制	512MB	512MB	512MB
是否有部分分	有	无	无
题目类型	传统型	传统型	传统型

提交源程序须加后缀

对于 Pascal 语言	pas	pas	pas
对于 C 语言	c	c	c
对于 C++ 语言	cpp	cpp	cpp

注意：最终测试时，所有编译命令均不打开任何优化开关。

拦截导弹

【问题描述】

某国为了防御敌国的导弹袭击，发展出一种导弹拦截系统。但是这种导弹拦截系统有一个缺陷：虽然它的第一发炮弹能够到达任意的高度、并且能够拦截任意速度的导弹，但是以后每一发炮弹都不能高于前一发的高度，其拦截的导弹的飞行速度也不能大于前一发。某天，雷达捕捉到敌国的导弹来袭。由于该系统还在试用阶段，所以只有一套系统，因此有可能不能拦截所有的导弹。

在不能拦截所有的导弹的情况下，我们当然要选择使国家损失最小、也就是拦截导弹的数量最多的方案。但是拦截导弹数量的最多的方案有可能有多个，如果有多个最优方案，那么我们会随机选取一个作为最终的拦截导弹行动蓝图。

我方间谍已经获取了所有敌军导弹的高度和速度，你的任务是计算出在执行上述决策时，每枚导弹被拦截掉的概率。

【输入格式】

第一行包含一个正整数 n ，表示敌军导弹数量；

下面 n 行按顺序给出了敌军所有导弹信息：

第 $i + 1$ 行包含2个正整数 h_i 和 v_i ，分别表示第 i 枚导弹的高度和速度。

【输出格式】

输出包含两行。

第一行为一个正整数，表示最多能拦截掉的导弹数量；

第二行包含 n 个 0 到 1 之间的实数，第 i 个数字表示第 i 枚导弹被拦截掉的概率（你可以保留任意多位有效数字）。

【样例输入】

```
4
3 30
4 40
6 60
3 30
```

【样例输出】

```
2
0.33333 0.33333 0.33333 1.00000
```

【数据规模和约定】

对于 30% 的数据， $1 \leq n \leq 1000$ ；

对于 100%的数据, $1 \leq n \leq 5 * 10^4$, $1 \leq h_i, v_i \leq 10^9$;
均匀分布着约 30%的数据, 所有 v_i 均相等。
均匀分布着约 50%的数据, 满足 $1 \leq h_i, v_i \leq 1000$ 。

【评分标准】

对于每个测试点, 若输出文件的第一行与标准输出相同, 则得到该测试点 40% 的分数, 若输出文件的第二行的每个数与标准输出的误差不大于 10^{-4} , 则得到该测试点 60% 的分数, 两项可累加。

本题使用自定义校验器, 为防止自定义校验器出错, 即使你无法正确得出某一问的答案, 也应在相应的位置随便输出一个数字。

工作安排

【问题描述】

你的公司接到了一批订单。订单要求你的公司提供 n 类产品，产品被编号为 $1 \sim n$ ，其中第 i 类产品共需要 C_i 件。公司共有 m 名员工，员工被编号为 $1 \sim m$ ，不同的员工能够制造的产品种类有所区别。一件产品必须完整地由一名员工制造，不可以由某名员工制造一部分配件后，再转交给另外一名员工继续进行制造。

我们用一个由 0 和 1 组成的 $m * n$ 的矩阵 A 来描述每名员工能够制造哪些产品。

矩阵的行和列分别被编号为 $1 \sim m$ 和 $1 \sim n$ ， $A_{i,j}$ 为 1 表示员工 i 能够制造产品 j ，为 0 表示员工 i 不能制造产品 j 。

如果公司分配了过多工作给一名员工，这名员工会变得不高兴。我们用愤怒值来描述某名员工的心情状态。愤怒值越高，表示这名员工心情越不爽，愤怒值越低，表示这名员工心情越愉快。员工的愤怒值与他被安排制造的产品数量存在某函数关系，鉴于员工们的承受能力不同，不同员工之间的函数关系也是有所区别的。

对于员工 i ，他的愤怒值与产品数量之间的函数是一个 $S_i + 1$ 段的分段函数。当他制造第 $1 \sim T_{i,1}$ 件产品时，每件产品会使他的愤怒值增加 $W_{i,1}$ ，当他制造第 $T_{i,1} + 1 \sim T_{i,2}$ 件产品时，每件产品会使他的愤怒值增加 $W_{i,2} \dots$ 为描述方便，设 $T_{i,0} = 0$ ， $T_{i,S_i+1} = +\infty$ ，那么当他制造第 $T_{i,j-1} + 1 \sim T_{i,j}$ 件产品时，每件产品会使他的愤怒值增加 $W_{i,j}$ ， $1 \leq j \leq S_i + 1$ 。

你的任务是制定出一个产品的分配方案，使得订单条件被满足，并且所有员工的愤怒值之和最小。由于我们并不想使用 Special Judge，也为了使选手有更多的时间研究其他两道题目，你只需要输出最小的愤怒值之和就可以了。

【输入格式】

第一行包含两个正整数 m 和 n ，分别表示员工数量和产品的种类数；

第二行包含 n 个正整数，第 i 个正整数为 C_i ；

以下 m 行每行 n 个整数描述矩阵 A ；

下面 m 个部分，第 i 部分描述员工 i 的愤怒值与产品数量的函数关系。每一部分由三行组成：第一行为一个非负整数 S_i ，第二行包含 S_i 个正整数，其中第 j 个正整数为 $T_{i,j}$ ，如果 $S_i = 0$ 那么输入将不会留空行（即这一部分只由两行组成）。第三行包含 $S_i + 1$ 个正整数，其中第 j 个正整数为 $W_{i,j}$ 。

【输出格式】

仅输出一个整数，表示最小的愤怒值之和。

【样例输入】

```
2 3
2 2 2
1 1 0
0 0 1
1
2
1 10
1
2
1 6
```

【样例输出】

```
24
```

【数据规模和约定】

存在 30% 的数据， $m, n \leq 30$ ；

均匀分布着约 30% 的数据，满足 $S_i = 0$ ；

均匀分布着约 30% 的数据，满足 $S_i \leq 1$ （不包含上述 $S_i = 0$ 的数据）；

对于 100% 的数据， $1 \leq m, n \leq 250, 0 \leq S_i \leq 5, 0 \leq A_{i,j} \leq 1, 0 < T_{i,j} < T_{i,j+1}$,

$0 < W_{i,j} < W_{i,j+1}$ ，所有数据不大于 10^5 。

迷宫探险

【问题描述】

这是一个单人游戏。

游戏开始时，玩家控制的人物出生在迷宫的某个位置，玩家的目标是控制人物走到迷宫的某个出口（出口可能有多个）。迷宫里有 K 类陷阱（用“A”、“B”、“C”……表示，相同字母代表相同类型的陷阱），每类陷阱可能是有害的或无害的，而在游戏开始时玩家并不知道哪些陷阱是有害的，哪些是无害的。同一类陷阱的状态相同，即用同一个字母标志的陷阱要么全部有害，要么全部无害，不会发生一部分有害而另一部分无害的情况。任何陷阱状态的组合都有一个发生概率，考虑下例：

当 $K = 2$ 时，迷宫内共有两类陷阱，分别用“A”和“B”表示，陷阱状态的组合共有 4 种：

- 1、“A”是无害陷阱，“B”是无害陷阱。
- 2、“A”是有害陷阱，“B”是无害陷阱；
- 3、“A”是无害陷阱，“B”是有害陷阱；
- 4、“A”是有害陷阱，“B”是有害陷阱；

下面给出了一个合法的概率表格：

	“A”是无害陷阱	“A”是有害陷阱
“B”是无害陷阱	36%	24%
“B”是有害陷阱	24%	16%

当 $K = 3$ 时，会有 8 种不同的陷阱状态组合，如果我们依然坚持使用概率表格，那么这个表格将会是三维的（ $2 \times 2 \times 2$ ，每一维对应着一类陷阱）。当 $K \geq 3$ 时，这将使得题目难以描述。因此我们使用一个大小为 2^K 的数组 p 来描述每种情况发生的可能性， p 的下标范围为 $0 \sim 2^K - 1$ 。

p 是这样生成的：

对于每个可能的陷阱状态组合，考虑所有 K 类陷阱，令 1 表示某个陷阱有害，0 表示某个陷阱无害，把“A”作为二进制数的第 0 位（从右边开始计数），“B”作为第 1 位，“C”作为第 2 位……通过以上操作，我们可以得到一个 K 位的二进制数，把它转化成十进制后， 2^K 种陷阱状态的组合将会与整数 $0 \sim 2^K - 1$ 一一对应。

定义 s 表示 p 中所有元素和，即：

$$s = \sum_{i=0}^{2^K-1} p_i$$

则陷阱状态组合 i 出现的概率为 p_i/s 。上述表格对应的一个合法数组 p 是：

$$\begin{aligned} p_0 &= 36 \\ p_1 &= 24 \\ p_2 &= 24 \\ p_3 &= 16 \end{aligned}$$

当然同一个概率表格可能会对应多个数组 p （事实上有无数个数组 p 能够迎合表格数据），例如上述表格同时也对应着下面的数组 p ：

$$p_0 = 72$$

$$p_1 = 48$$

$$p_2 = 48$$

$$p_3 = 32$$

玩家控制的人物初始情况下有 H 点生命，当人物踏上某个陷阱时，如果这个陷阱是有害的，那么会损失 1 点生命，否则这个陷阱是无害的，不损失生命。无论上述哪种情况发生，玩家会立刻得到这个陷阱的信息（有害或无害）。一旦生命小于等于 0，玩家控制的人物会立刻死亡。

迷宫可以看作 $m * n$ 的方格地图，每个元素可能是：

“.”：表示这是平地，可以通过；

“#”：表示这是墙，不能通过；

“A”，“B”，“C”……：表示这是一个陷阱；

“\$”：表示这是起点，地图中有且仅有一个；

“@”：表示这是终点，地图中可以有多个，也可以一个也没有。

人物可以向上下左右四个方向行走，不可以走对角线，也不可以走出地图。

给定 $m * n$ 的地图、 K 、 H 以及大小为 2^K 的概率数组。你的任务是求出在执行最优策略时，人物能活着走出迷宫的概率。

【输入格式】

第一行包含 4 个整数，分别表示 m 、 n 、 K 、 H ；

下面 m 行每行 n 个字符描述迷宫地图；

最后一行包含 2^K 个非负整数描述数组 p ，数组下标从 0 开始。

【输出格式】

仅包含一个数字，表示在执行最优策略时，人物活着走出迷宫的概率。四舍五入保留 3 位小数。

【样例输入 1】

```
4 3 2 1
.$
A#B
A#B
.@
30 30 20 20
```

【样例输出 1】

```
0.600
```

【样例说明 1】

向右边走，经过“B”，“B”为有害陷阱的概率为 $(20 + 20)/(30 + 30 + 20 + 20) = 0.4$ ，若“B”为有害陷阱那么人物就死掉了，游戏失败，否则玩家得知“B”

是有害陷阱，继续经过另一个“B”达到终点，胜利的概率为 0.6。

【样例输入 2】

```
4 3 2 2
.$
A#B
A#B
.@
30 30 20 20
```

【样例输出 2】

```
0.800
```

【样例说明 2】

向左边走，经过“A”，“A”为有害陷阱的概率为 $(30 + 20)/(30 + 30 + 20 + 20) = 0.5$ 。若“A”为有害陷阱，那么损失一点生命，转到右边尝试“B”，要想成功到达终点，此时“B”必须为无害陷阱，而在“A”是有害陷阱的前提下，“B”是无害陷阱的概率是 $30/(30 + 20) = 0.6$ ，故这种情况发生的概率为 $0.5 * 0.6 = 0.3$ 。若“A”是有害陷阱，玩家可以控制人物连续通过两个“A”到达终点，这种情况发生的概率0.5。所以答案为 $0.3 + 0.5 = 0.8$ 。

【样例输入 3】

```
4 3 2 3
.$
A#B
A#B
.@
30 30 20 20
```

【样例输出 3】

```
1.000
```

【样例说明 3】

玩家控制的人物有 3 点生命，但最多只需要经过两个陷阱，所以任意选左路或右路走过去就可以到达终点了。

【样例输入 4】

```
4 3 3 2
.$
A#B
```


A#C
@@@
143 37 335 85 95 25 223 57

【样例输出 4】

0.858

【数据规模和约定】

测试点编号	m	n	K	H
1	29	28	5	1
2	28	20	4	1
3	25	30	1	1
4	25	30	1	2
5	25	30	1	3
6	5	5	4	4
7	12	11	4	5
8	19	17	5	3
9	23	25	5	4
10	30	29	5	5

对于 100% 的数据， $0 \leq p_i \leq 10^5$ ，且至少有一个 $p_i > 0$ 。