Day2 Solution

2017 年 4 月 9 日

新生舞会

二分答案k，判断是否存在方案使得

$$\frac{a'_1 + a'_2 + \cdots + a'_n}{b'_1 + b'_2 + \cdots + b'_n} \ge k$$

即

$$(a'_1 + a'_2 + \cdots + a'_n) \ge k(b'_1 + b'_2 + \cdots + b'_n)$$

$$(a'_1 - kb'_1) + (a'_2 - kb'_2) + \cdots + (a'_n - kb'_n) \ge 0$$

以$(a'_i - kb'_i)$为权值，求最大带权匹配。

乘10^7换成整数上运算，避免精度误差。

硬币游戏

建立AC自动机，自动机上结点表示当前状态。从一个点经过一个字符转移到其他点的概率可以求出。同学们猜的序列对应的点是终止点，到达终止点不再转移。

设N表示不在终止点的状态。

硬币游戏

若两个同学猜的串是TTH和HTT，分别用A和B表示在两个同学的点终止。那么N后面接上TTH，即$N+TTH$一定会到达终止点。可能是加上TTH后才终止，有可能是加上TT后终止在B，还有很多情况。把所有情况都考虑，得到

$$NTTH = A + BH + BTH$$

例如其中BH就表示加上TT后终止在B，多出来H。

T、H的概率都是0.5，那么

$0.125N = A + 0.75B$

硬币游戏

N后加上每一个同学的串都能得到一个方程，共N个方程。

如果A串的后缀是B串的前缀，A就会有相应的系数出现在方程B中，系数可以由KMP求出

所有同学获胜概率和为1，这也是一个方程，这样就能解出所有未知量了。

相关分析

$$
\begin{aligned}
a &= \frac{\sum\limits_{i=L}^{R}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=L}^{R}(x_i-\bar{x})^2} \\
&= \frac{\sum\limits_{i=L}^{R}x_iy_i-\bar{x}\sum\limits_{i=L}^{R}y_i-\bar{y}\sum\limits_{i=L}^{R}x_i+(R-L+1)\bar{x}\bar{y}}{\sum\limits_{i=L}^{R}x_i^2-2\bar{x}\sum\limits_{i=L}^{R}x_i+(R-L+1)\bar{x}^2} \\
&= \frac{(R-L+1)\sum\limits_{i=L}^{R}x_iy_i-\sum\limits_{i=L}^{R}x_i\sum\limits_{i=L}^{R}y_i}{(R-L+1)\sum\limits_{i=L}^{R}x_i^2-(\sum\limits_{i=L}^{R}x_i)^2}
\end{aligned}
$$

相关分析

那么需要求区间x_i的和、y_i的和、x_iy_i的和、x_i^2的和。

需要支持区间修改、区间加。

用带标记线段树维护。x_i、y_i的和比较容易，x_iy_i与x_i^2修改为某值可以直接计算，考虑x_iy_i与x_i^2在区间加操作中的修改。

相关分析

$$
\begin{aligned}
\sum(x_i + S)(y_i + T) &= \sum x_i y_i + Sy_i + Tx_i + ST) \\
&= \sum x_i y_i + S\sum y_i + T\sum x_i + ST\sum 1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\sum(x_i + S)^2 &= \sum x_i^2 + 2Sx_i + S^2) \\
&= \sum x_i^2 + 2S\sum x_i + S^2\sum 1
\end{aligned}
$$

这样就可以处理区间加操作了。