

# 2017 年全国青少年信息学奥林匹克竞赛

## 上海市代表队选拔 第一试

比赛时间：2017 年 4 月 22 日 13:00 ~ 17:30

题目名称	期末考试	相逢是问候	组合数问题
题目类型	传统型	传统型	传统型
目录	exam	verbinden	problem
可执行文件名	exam	verbinden	problem
输入文件名	exam.in	verbinden.in	problem.in
输出文件名	exam.out	verbinden.out	problem.out
每个测试点时限	1.0 秒	2.0 秒	1.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	20	20	20
每个测试点分值	5	5	5

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	exam.cpp	verbinden.cpp	problem.cpp
对于 C 语言	exam.c	verbinden.c	problem.c
对于 Pascal 语言	exam.pas	verbinden.pas	problem.pas

编译选项

对于 C++ 语言	-lm -O2	-lm -O2	-lm
对于 C 语言	-lm -O2	-lm -O2	-lm
对于 Pascal 语言	-O2	-O2	

注意事项：

1. 文件名（文件夹名、程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写，不得带有空白符。
2. 源代码应当放置在选手目录下各题目的目录下，必须为每道题目单独建立目录。
3. 除非特殊说明，结果比较方式均为忽略行末空格及文末回车的全文比较。
4. C/C++ 函数 main() 的返回值类型必须是 int，程序正常结束时的返回值是 0。
5. 文件读写结束后必须关闭文件。
6. 评测在 NOI Linux 系统下进行，测试数据使用 Linux 换行符 \n。

## 期末考试 (exam)

### 【问题描述】

有  $n$  位同学，每位同学都参加了全部的  $m$  门课程的期末考试，都在焦急的等待成绩的公布。

第  $i$  位同学希望在第  $t_i$  天或之前得知所有课程的成绩。如果在第  $t_i$  天，有至少一门课程的成绩没有公布，他就会等待最后公布成绩的课程公布成绩，每等待一天就会产生  $C$  不愉快度。

对于第  $i$  门课程，按照原本的计划，会在第  $b_i$  天公布成绩。

有如下两种操作可以调整公布成绩的时间：

1. 将负责课程  $X$  的部分老师调整到课程  $Y$ ，调整之后公布课程  $X$  成绩的时间推迟一天，公布课程  $Y$  成绩的时间提前一天；每次操作产生  $A$  不愉快度。
2. 增加一部分老师负责学科  $Z$ ，这将导致学科  $Z$  的出成绩时间提前一天；每次操作产生  $B$  不愉快度。

上面两种操作中的参数  $X, Y, Z$  均可任意指定，每种操作均可以执行多次，每次执行时都可以重新指定参数。

现在希望你通过合理的操作，使得最后总的不愉快度之和最小，输出最小的不愉快度之和即可。

### 【输入格式】

从文件 `exam.in` 中读入数据。

第一行三个非负整数  $A, B, C$ ，描述三种不愉快度，详见【问题描述】；

第二行两个正整数  $n, m (1 \leq n, m \leq 10^5)$ ，分别表示学生的数量和课程的数量；

第三行  $n$  个正整数  $t_i$ ，表示每个学生希望的公布成绩的时间；

第四行  $m$  个正整数  $b_i$ ，表示按照原本的计划，每门课程公布成绩的时间。

### 【输出格式】

输出到文件 `exam.out` 中。

输出一行一个整数，表示最小的不愉快度之和。

### 【样例 1 输入】

100 100 2

4 5

5 1 2 3

1 1 2 3 3

**【样例 1 输出】**

6

**【样例 1 说明】**

由于调整操作产生的不愉快度太大，所以在本例中最好的方案是不进行调整；全部 5 的门课程中，最慢的在第 3 天出成绩；

同学 1 希望在第 5 天或之前出成绩，所以不会产生不愉快度；

同学 2 希望在第 1 天或之前出成绩，产生的不愉快度为  $(3 - 1) * 2 = 4$ ；

同学 3 希望在第 2 天或之前出成绩，产生的不愉快度为  $(3 - 2) * 2 = 2$ ；

同学 4 希望在第 3 天或之前出成绩，所以不会产生不愉快度；

不愉快度之和为  $4 + 2 = 6$ 。

**【样例 2 输入】**

3 5 4

5 6

1 1 4 7 8

2 3 3 1 8 2

**【样例 2 输出】**

33

**【样例 3】**

见选手目录下的 *exam/exam3.in* 与 *exam/exam3.ans*。

**【数据范围和约定】**

测试点	$n, m, t_i, b_i$	A,B,C
1,2	$1 \leq n, m, t_i, b_i \leq 2,000$	$A = 10^9; B = 10^9; 0 \leq C \leq 10^2$
3,4		$0 \leq A, C \leq 10^2; B = 10^9$
5,6,7,8		$0 \leq B \leq A \leq 10^2; 0 \leq C \leq 10^2$
9,10,11,12		$0 \leq A, B, C \leq 10^2$
13,14	$1 \leq n, m, t_i, b_i \leq 10^5$	$0 \leq A, B \leq 10^5; C = 10^{16}$
15,16,17,18,19,20		$0 \leq A, B, C \leq 10^5$

## 相逢是问候 (verbinden)

### 【问题描述】

Informatik verbindet dich und mich.

信息将你我连结。

B 君希望以维护一个长度为  $n$  的数组，这个数组的下标为从 1 到  $n$  的正整数。

一共有  $m$  个操作，可以分为两种：

0  $l\ r$  表示将第  $l$  个到第  $r$  个数  $(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$  中的每一个数  $a_i$  替换为  $c^{a_i}$ ，即  $c$  的  $a_i$  次方，其中  $c$  是输入的一个常数，也就是执行赋值

$$a_i = c^{a_i}$$

1  $l\ r$  求第  $l$  个到第  $r$  个数的和，也就是输出：

$$\sum_{i=l}^r a_i$$

因为这个结果可能会很大，所以你只需要输出结果  $\bmod p$  的值即可。

### 【输入格式】

从文件 *verbinden.in* 中读入数据。

第一行有三个整数  $n, m, p, c$ ，所有整数含义见问题描述。

接下来一行  $n$  个整数，表示  $a$  数组的初始值。

接下来  $m$  行，每行三个整数，其中第一个整数表示了操作的类型。

如果是 0 的话，表示这是一个修改操作，操作的参数为  $l, r$ 。

如果是 1 的话，表示这是一个询问操作，操作的参数为  $l, r$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 *verbinden.out* 中。

对于每个询问操作，输出一行，包括一个整数表示答案  $\bmod p$  的值。

### 【样例 1 输入】

```
4 4 7 2
1 2 3 4
0 1 4
1 2 4
0 1 4
1 1 3
```

**【样例 1 输出】**

0

3

**【样例 2 输入】**

1 40 19910626 2

0

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1

0 1 1

1 1 1  
0 1 1  
1 1 1  
0 1 1  
1 1 1  
0 1 1  
1 1 1  
0 1 1  
1 1 1  
0 1 1  
1 1 1

**【样例 2 输出】**

1  
2  
4  
16  
65536  
11418102  
18325590  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558  
13700558

**【样例 3】**

见选手目录下的 *verbinden/verbinden3.in* 与 *verbinden/verbinden3.ans*。

**【子任务】**

- 对于 0% 的测试点，和样例一模一样；
- 对于另外 10% 的测试点，没有修改；
- 对于另外 20% 的测试点，每次修改操作只会修改一个位置（也就是  $l = r$ ），并且每个位置至多被修改一次；
- 对于另外 10% 的测试点， $p = 2$ ；
- 对于另外 10% 的测试点， $p = 3$ ；
- 对于另外 10% 的测试点， $p = 4$ ；
- 对于另外 20% 的测试点， $n \leq 100, m \leq 100$ ；
- 对于 100% 的测试点， $1 \leq n \leq 50000, 1 \leq m \leq 50000, 1 \leq p \leq 1000000000, 0 < c < p, 0 \leq a_i < p$ 。

## 组合数问题 (problem)

### 【问题描述】

组合数  $C_n^m$  表示的是从  $n$  个互不相同的物品中选出  $m$  个物品的方案数。举个例子，从  $(1, 2, 3)$  三个物品中选择两个物品可以有  $(1, 2), (1, 3), (2, 3)$  这三种选择方法。根据组合数的定义，我们可以给出计算组合数  $C_n^m$  的一般公式：

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

其中  $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 。（特别的，当  $n = 0$  时， $n! = 1$ ，当  $m > n$  时， $C_n^m = 0$ ）

小葱在 NOIP 的时候学习了  $C_i^j$  和  $k$  的倍数关系，现在他想更进一步，研究更多关于组合数的性质。小葱发现， $C_i^j$  是否是  $k$  的倍数，取决于  $C_i^j \bmod k$  是否等于 0，这个神奇的性质引发了小葱对 mod 运算（取余数）的兴趣。现在小葱选择了四个整数  $n, p, k, r$ ，小葱现在希望知道

$$\left( \sum_{i=0}^{\infty} C_{nk}^{ik+r} \right) \bmod p$$

即

$$\left( C_{nk}^r + C_{nk}^{k+r} + C_{nk}^{2k+r} + \cdots + C_{nk}^{(n-1)k+r} + C_{nk}^{nk+r} + \cdots \right) \bmod p$$

的值。

### 【输入格式】

从文件 `problem.in` 中读入数据。

第一行有四个整数  $n, p, k, r$ ，所有整数含义见问题描述。

### 【输出格式】

输出到文件 `problem.out` 中。

一行一个整数代表答案。

### 【样例 1 输入】

2 10007 2 0

### 【样例 1 输出】

8



**【样例 1 说明】**

$$C_4^0 + C_4^2 + C_4^4 + \cdots = 1 + 6 + 1 = 8$$

**【样例 2 输入】**

20 10007 20 0

**【样例 2 输出】**

176

**【子任务】**

- 对于 30% 的测试点,  $1 \leq n, k \leq 30$ ,  $p$  是质数;
- 对于另外 5% 的测试点,  $p = 2$ ;
- 对于另外 5% 的测试点,  $k = 1$ ;
- 对于另外 10% 的测试点,  $k = 2$ ;
- 对于另外 15% 的测试点,  $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq k \leq 50$ ,  $p$  是质数;
- 对于另外 15% 的测试点,  $1 \leq n \times k \leq 10^6$ ,  $p$  是质数;
- 对于另外 10% 的测试点,  $1 \leq n \leq 10^9, 1 \leq k \leq 50$ ,  $p$  是质数;
- 对于 100% 的测试点,  $1 \leq n \leq 10^9, 0 \leq r < k \leq 50, 2 \leq p \leq 2^{30} - 1$ 。