

第14回 日本情報オリンピック本選 課題¹

2015年2月8日

競技参加者への注意事項

- 競技開始の指示のあるまで、課題が入った封筒を開けないこと。
- 課題は5問である。競技時間は4時間（10時～14時）である。
- 質問がある場合は、競技開始から2時間経過するまで質問票を提出することができる。質問への回答は「正しい」「正しくない」「ノーコメント」「課題の記述の中に答えはある」「無効」のいずれかである。競技開始から2時間経過後も質問票を提出することはできるが、競技時間内に回答するとは限らない。
- 実行時間制限・メモリ制限・コンパイラオプション・配点は Overview Sheet に記載する。
- すべての課題でセットごとに採点を行う。各セットは1個もしくは複数のデータで構成されており、セット中のすべてのデータに正解した場合にのみ配点分の得点が与えられる。
- 各課題がいくつかの小課題に分割されることがある。小課題に関する詳細は問題文中に記載する。
- 解答は、競技サーバ <http://joi/> から提出すること。
- 提出した解答にはフィードバックが与えられる。フィードバックが与えられるまでに時間がかかることがある。競技終了15分前までに提出されたソースには競技時間内にフィードバックが与えられるが、それ以降に提出されたソースには競技時間内にフィードバックが与えられるとは限らない。各課題ごとに、最後の提出から1分間は解答を提出することができない。ソースを複数回提出した場合は、提出されたすべてのソースが採点され、提出されたソースの得点の最大値がその課題の得点となる。
- 提出した解答ファイルは手元に保存しておくこと。競技実施中に競技サーバに予期せぬ障害が発生した場合に、解答ファイルの再提出が必要になる場合がある。
- 競技が開始されたら、`joi2015.zip` を競技サーバ <http://joi/> からダウンロードして、ホームディレクトリで `joi2015.zip` を展開すること。ホームディレクトリに `joi2015` というディレクトリが作成され、その下に `2015-ho-t1`, `2015-ho-t2`, `2015-ho-t3`, `2015-ho-t4`, `2015-ho-t5` の5つのディレクトリが作成される。課題ごとのディレクトリの中には問題文中の入出力例が展開される。

情報オリンピック日本委員会

¹Copyright ©2015 The Japanese Committee for International Olympiad in Informatics
著作権は情報オリンピック日本委員会に帰属します。



1

鉄道旅行 (Railroad Trip)

JOI 国には N 個の都市があり、それぞれ $1, 2, \dots, N$ の番号が付けられている。また、鉄道が $N - 1$ 本あり、それぞれ $1, 2, \dots, N - 1$ の番号が付けられている。鉄道 i ($1 \leq i \leq N - 1$) は、都市 i と都市 $i + 1$ を双方向に結んでいる。

JOI 国の鉄道に乗車する方法として、紙の切符で乗車する方法と、IC カードで乗車する方法がある。

- 鉄道 i に紙の切符で乗車する場合の運賃は A_i 円である。
- 鉄道 i に IC カードで乗車する場合の運賃は B_i 円である。ただし、IC カードで鉄道 i に乗車するには、鉄道 i で使える IC カードを事前に購入しておく必要がある。鉄道 i で使える IC カードを購入するには C_i 円かかる。一度購入した IC カードは、何度でも使用することができる。

IC カードの方が金額の処理が簡単になるため、IC カードで乗車する場合の運賃の方が紙の切符で乗車する場合の運賃よりも安い。すなわち、 $i = 1, 2, \dots, N - 1$ に対して、 $A_i > B_i$ が成り立つ。IC カードの仕様は鉄道ごとにすべて異なるため、どの i に対しても、鉄道 i で使える IC カードを他の鉄道で使用することはできない。

あなたは、JOI 国じゅうを旅行することにした。都市 P_1 から出発し、 P_2, P_3, \dots, P_M の順に都市を訪れる予定である。旅行は $M - 1$ 日間の行程からなる。 j 日目 ($1 \leq j \leq M - 1$) に都市 P_j から都市 P_{j+1} に鉄道で移動する。この際、いくつかの鉄道を乗り継いで移動することもある。また、同じ都市を二度以上訪れることがあるかもしれない。JOI 国の鉄道は速いので、どの都市からどの都市へも 1 日で移動することができる。

あなたは現在、どの鉄道の IC カードも持っていない。あなたは、あらかじめ、いくつかの鉄道の IC カードを購入し、この旅行にかかる金額、すなわち、IC カード購入費用と乗車した鉄道の運賃の和をできるだけ少なくしたい。

課題

JOI 国の都市の数、旅行の行程、および JOI 国のそれぞれの鉄道の運賃と IC カードの価格が与えられる。このとき、旅行にかかる金額の最小値を求めるプログラムを作成せよ。

入力

標準入力から以下のデータを読み込め。

- 1 行目には、整数 N, M が空白を区切りとして書かれている。これらはそれぞれ、JOI 国に都市が N 個あり、旅行が $M - 1$ 日間の行程からなることを表す。



- 2 行目には, M 個の整数 P_1, P_2, \dots, P_M が空白を区切りとして書かれている. これらは, j 日目 ($1 \leq j \leq M-1$) に都市 P_j から都市 P_{j+1} に鉄道で移動することを表す.
- 続く $N-1$ 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq N-1$) には, 3 つの整数 A_i, B_i, C_i が空白を区切りとして書かれている. これらはそれぞれ, 鉄道 i に紙の切符で乗車したときの運賃が A_i 円, IC カードで乗車したときの運賃が B_i 円, 鉄道 i で使える IC カードの金額が C_i 円であることを表す.

出力

標準出力に, 旅行にかかる金額の最小値を円単位で表す整数を 1 行で出力せよ.

制限

すべての入力データは以下の条件を満たす.

- $2 \leq N \leq 100\,000$.
- $2 \leq M \leq 100\,000$.
- $1 \leq B_i < A_i \leq 100\,000$ ($1 \leq i \leq N-1$).
- $1 \leq C_i \leq 100\,000$ ($1 \leq i \leq N-1$).
- $1 \leq P_j \leq N$ ($1 \leq j \leq M$).
- $P_j \neq P_{j+1}$ ($1 \leq j \leq M-1$).

小課題

小課題 1 [20 点]

以下の条件を満たす.

- $2 \leq N \leq 1\,000$.
- $M = 2$.
- $1 \leq B_i < A_i \leq 1\,000$ ($1 \leq i \leq N-1$).
- $1 \leq C_i \leq 1\,000$ ($1 \leq i \leq N-1$).



小課題 2 [30 点]

以下の条件を満たす.

- $2 \leq N \leq 1000$.
- $2 \leq M \leq 1000$.
- $1 \leq B_i < A_i \leq 1000$ ($1 \leq i \leq N - 1$).
- $1 \leq C_i \leq 1000$ ($1 \leq i \leq N - 1$).

小課題 3 [50 点]

追加の制限はない.

入出力例

入力例 1	出力例 1
4 4	550
1 3 2 4	
120 90 100	
110 50 80	
250 70 130	

この場合, 旅行にかかる金額を最小にする方法は以下のとおりである.

- 鉄道 2 と鉄道 3 の IC カードを購入する. これには $80 + 130 = 210$ 円かかる.
- 1 日目に, 都市 1 から都市 2 まで紙の切符を使って移動し, 次に都市 2 から都市 3 まで IC カードを使って移動する. これには $120 + 50 = 170$ 円かかる.
- 2 日目に, 都市 3 から都市 2 まで IC カードを使って移動する. これには 50 円かかる.
- 3 日目に, 都市 2 から都市 3 まで IC カードを使って移動し, 次に都市 3 から都市 4 まで IC カードを使って移動する. これには $50 + 70 = 120$ 円かかる.

このように移動すると, 旅行にかかる金額の合計は $210 + 170 + 50 + 120 = 550$ 円となる. これが最小であるので, 550 と出力する.



入力例 2	出力例 2
8 5 7 5 3 5 4 12 5 8 16 2 1 3 1 5 17 12 17 19 7 5 12 2 19 4 1 3	81

2

ケーキの切り分け 2 (Cake 2)

JOI さんと IOI さんは双子の兄妹である。JOI さんは最近お菓子作りに凝っていて、今日も JOI さんはケーキを焼いて食べようとしたのだが、焼きあがったところで匂いをかぎつけた IOI さんが来たので 2 人でケーキを分けることになった。

ケーキは円形である。ある点から放射状に切り目を入れ、ケーキを N 個のピースに切り分け、ピースに 1 から N まで反時計回りに番号をつけた。つまり、 $1 \leq i \leq N$ に対し、 i 番目のピースは $i-1$ 番目と $i+1$ 番目のピースと隣接している (ただし 0 番目は N 番目、 $N+1$ 番目は 1 番目とみなす)。 i 番目のピースの大きさは A_i だったが、切り方がとても下手だったので A_i はすべて異なる値になった。

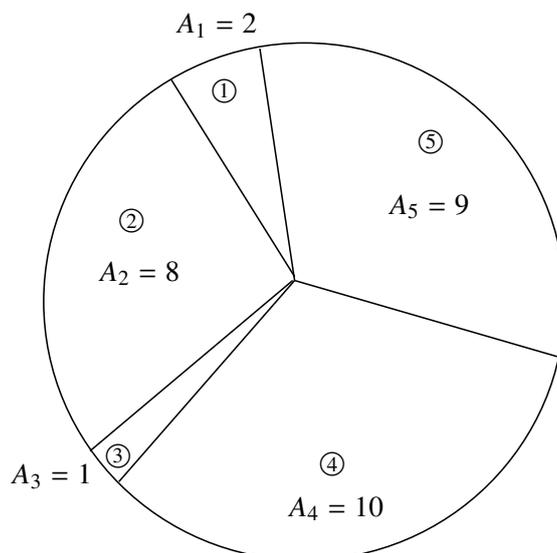


図 1: ケーキの例 ($N = 5, A_1 = 2, A_2 = 8, A_3 = 1, A_4 = 10, A_5 = 9$)

この N 個を JOI さんと IOI さんで分けることにした。分け方は次のようにすることにした：

1. まず JOI さんが N 個のうちの好きな 1 つを選んで取る。
2. その後、IOI さんからはじめて IOI さんと JOI さんが交互に残りのピースを 1 つずつ取っていく。ただし、両隣のピースのうち少なくとも一方が既に取りられているようなピースしか取ることができず、取れるピースが複数あるときは、IOI さんはそのうち最も大きいものを選んで取り、JOI さんはそのうちで好きなものを選んで取ることができる。

JOI さんは、自分が最終的に取るピースの大きさの合計を最大化したい。



課題

ケーキのピースの数 N と, N 個のピースの大きさの情報が与えられたとき, JOI くんが取れるピースの大きさの合計の最大値を求めるプログラムを作成せよ.

入力

標準入力から以下の入力を読み込め.

- 1 行目には整数 N が書かれており, ケーキが N 個のピースに切り分けられていることを表す.
- 続く N 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq N$) には整数 A_i が書かれており, i 番目のピースの大きさが A_i であることを表す.

出力

標準出力に, JOI くんが取れるピースの大きさの合計の最大値を表す整数を 1 行で出力せよ.

制限

すべての入力データは以下の条件を満たす.

- $1 \leq N \leq 2000$.
- $1 \leq A_i \leq 1\,000\,000\,000$.
- A_i はすべて異なる.

小課題

小課題 1 [15 点]

- $N \leq 20$ を満たす.

小課題 2 [45 点]

- $N \leq 300$ を満たす.

小課題 3 [40 点]

追加の制限はない.



入出力例

入力例 1	出力例 1
5 2 8 1 10 9	18

JOI くんは、次のようにピースを取るのが最適である。

1. JOI くんは 2 番目のピースを取る。このピースの大きさは 8 である。
2. IOI ちゃんは 1 番目のピースを取る。このピースの大きさは 2 である。
3. JOI くんは 5 番目のピースを取る。このピースの大きさは 9 である。
4. IOI ちゃんは 4 番目のピースを取る。このピースの大きさは 10 である。
5. JOI くんは 3 番目のピースを取る。このピースの大きさは 1 である。

最終的に、JOI くんが取ったピースの大きさの合計は、 $8 + 9 + 1 = 18$ となる。

入力例 2	出力例 2
8 1 10 4 5 6 2 9 3	26



入力例 3	出力例 3
15	3600242976
182243672	
10074562	
977552215	
122668426	
685444213	
3784162	
463324752	
560071245	
134465220	
21447865	
654556327	
183481051	
20041805	
405079805	
564327789	



3

JOI 公園 (JOI Park)

20XX 年に IOI 国で行われるオリンピックに備え、IOI 国にある JOI 公園を整備することになった。JOI 公園には N 個の広場があり、広場には 1 から N の番号がついている。広場を繋ぐ M 本の道があり、道には 1 から M の番号がついている。道 i ($1 \leq i \leq M$) は広場 A_i と広場 B_i を双方向に繋いでおり、長さは D_i である。どの広場からどの広場へもいくつかの道を通って行くことができる。

整備計画では、まず、0 以上の整数 X を選び、広場 1 からの距離が X 以下であるような広場 (広場 1 を含む) どうしをすべて相互に地下道で結ぶ。ただし、広場 i と広場 j の距離とは、広場 i から広場 j に行くときに通る道の長さの和の最小値である。整備計画では地下道の整備コストに関する整数 C が定まっている。地下道の整備にかかるコストは $C \times X$ である。

次に、地下道で結ばれた広場どうしを結ぶ道をすべて撤去する。道の撤去にコストはかからない。

最後に、撤去されずに残った道をすべて補修する。長さ d の道を補修するためにかかるコストは d である。整備計画実施前の JOI 公園には地下道はない。JOI 公園の整備にかかるコストの和の最小値を求めよ。

課題

JOI 公園の広場の情報と、地下道の整備コストに関する整数が与えられたとき、JOI 公園の整備にかかるコストの和の最小値を求めるプログラムを作成せよ。

入力

標準入力から以下のデータを読み込め。

- 1 行目には、整数 N, M, C が空白を区切りとして書かれている。これは、広場が N 個、道が M 本あり、地下道の整備コストに関する整数が C であることを表す。
- 続く M 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq M$) には、整数 A_i, B_i, D_i が空白を区切りとして書かれている。これは、道 i が広場 A_i と広場 B_i を繋ぎ、長さが D_i であることを表す。

出力

標準出力に、JOI 公園の整備にかかるコストの和の最小値を表す整数を 1 行で出力せよ。



制限

すべての入力データは以下の条件を満たす。

- $2 \leq N \leq 100\,000$.
- $1 \leq M \leq 200\,000$.
- $1 \leq C \leq 100\,000$.
- $1 \leq A_i \leq N$ ($1 \leq i \leq M$).
- $1 \leq B_i \leq N$ ($1 \leq i \leq M$).
- $A_i \neq B_i$ ($1 \leq i \leq M$).
- $(A_i, B_i) \neq (A_j, B_j)$ および $(A_i, B_i) \neq (B_j, A_j)$ ($1 \leq i < j \leq M$).
- $1 \leq D_i \leq 100\,000$ ($1 \leq i \leq M$).
- 与えられる入力データにおいては、どの広場からどの広場へもいくつかの道を辿ることにより行けることが保証されている。

小課題

小課題 1 [15 点]

以下の条件を満たす。

- $N \leq 100$.
- $M \leq 200$.
- $C \leq 100$.
- $D_i \leq 10$ ($1 \leq i \leq M$).

小課題 2 [45 点]

以下の条件を満たす。

- $N \leq 100$.
- $M \leq 4\,000$.

小課題 3 [40 点]

追加の制限はない。



入出力例

入力例 1	出力例 1
5 5 2 2 3 1 3 1 2 2 4 3 1 2 4 2 5 5	14

この入力例では、 $X = 3$ として、広場 1 からの距離が 3 以下であるような広場 (広場 1, 広場 2, 広場 3) どうしをすべて相互に地下道で結んだとき、整備にかかるコストの和は $2 \times 3 + 3 + 5 = 14$ となる。これが最小値である。

入力例 2	出力例 2
5 4 10 1 2 3 2 3 4 3 4 3 4 5 5	15

この入力例では、 $X = 0$ のとき整備にかかるコストの和が最小になる。

入力例 3	出力例 3
6 5 2 1 2 2 1 3 4 1 4 3 1 5 1 1 6 5	10

この入力例では、 $X = 5$ としてすべての広場を相互に地下道で結んだとき、整備にかかるコストの和が最小になる。



4

舞踏会 (Ball)

IOI 王国では、王女である JOI 姫の誕生日を祝って舞踏会が開かれることになった。

舞踏会には N 人の貴族が参加する予定である。 N は奇数である。 貴族には 1 から N までの番号が付けられている。 それぞれの貴族には踊りのうまさという整数が定められており、貴族 i ($1 \leq i \leq N$) の踊りのうまさは D_i である。

舞踏会では JOI 姫を含む $N+1$ 人で 2 人ずつ組を作って踊る。 IOI 王国では、上級者が初級者を補助できるように、伝統的に以下の方法で踊りの組を決定している。

- 最初に、 N 人の貴族が 1 列に並ぶ。
- 列に並んでいる貴族が 1 人になるまで、以下の操作を繰り返す。
 - 列の先頭から 3 人の貴族の踊りのうまさを調べる。
 - その 3 人の貴族の中で、最も踊りのうまさが大きい貴族を A とおく。ただし、複数いる場合は、最も踊りのうまさが大きい貴族の中で、最も番号の小さい貴族を A とおく。
 - その 3 人の貴族の中で、最も踊りのうまさが小さい貴族を B とおく。ただし、複数いる場合は、最も踊りのうまさが小さい貴族の中で、最も番号の大きい貴族を B とおく。
 - A と B が列から抜けて組になる。
 - 残った 1 人は列の最後尾に移動する。
- 最終的に残った 1 人が JOI 姫と組になる。

貴族 1 から貴族 M ($1 \leq M \leq N-2$) の M 人の貴族については、すでに初期状態で列の何番目に並ぶのかが決まっている。残りの $N-M$ 人の貴族の並び方は国王が自由に決めることができる。

JOI 姫は踊りを学んだばかりなので、国王は JOI 姫と組になる貴族の踊りのうまさをできるだけ大きくしたいと考えている。JOI 姫と組になる貴族の踊りのうまさとして考えられる最大値を求めよ。

課題

それぞれの貴族の踊りのうまさと、 M 人の貴族の初期状態で並ぶ場所が与えられたとき、JOI 姫と組になる貴族の踊りのうまさとして考えられる最大値を求めるプログラムを作成せよ。



入力

標準入力から以下のデータを読み込め。

- 1 行目には、2 個の整数 N, M が空白を区切りとして書かれている。これは舞踏会に貴族が N 人参加し、列に並ぶ場所がすでに決まっている貴族が M 人いることを表す。
- 続く M 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq M$) には、2 個の整数 D_i, P_i が空白を区切りとして書かれている。これは貴族 i の踊りのうまさ D_i で、貴族 i が初期状態で列の先頭から P_i 番目に並ぶことを表す。
- 続く $N - M$ 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq N - M$) には、整数 D_{i+M} が書かれている。これは貴族 $(i + M)$ の踊りのうまさ D_{i+M} であることを表す。

出力

標準出力に、JOI 姫と組になる貴族の踊りのうまさとして考えられる最大値を表す整数を 1 行で出力せよ。

制限

すべての入力データは以下の条件を満たす。

- $3 \leq N \leq 99\,999$.
- N は奇数である。
- $1 \leq M \leq N - 2$.
- $1 \leq D_i \leq 1\,000\,000\,000$ ($1 \leq i \leq N$).
- $1 \leq P_i \leq N$ ($1 \leq i \leq M$).
- $P_i \neq P_j$ ($1 \leq i < j \leq M$).

小課題

小課題 1 [8 点]

- $N \leq 9$ を満たす。

小課題 2 [16 点]

- $N \leq 19$ を満たす。



小課題 3 [44 点]

- $N \leq 1999$ を満たす.

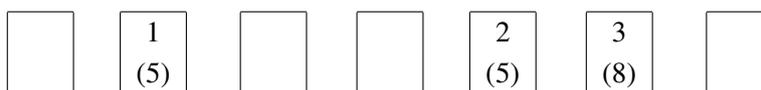
小課題 4 [32 点]

追加の制限はない.

入出力例

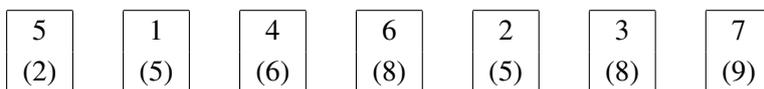
入力例 1	出力例 1
7 3 5 2 5 5 8 6 6 2 8 9	8

初期状態では 3 人の貴族の並ぶ場所がすでに決まっている.



括弧内の数字は踊りのうまさを表す. 左端が列の先頭である.

例えば, 先頭から順に貴族 5, 貴族 1, 貴族 4, 貴族 6, 貴族 2, 貴族 3, 貴族 7 という順番に並んだ場合を考える.



すべての貴族が並んだあとの配置

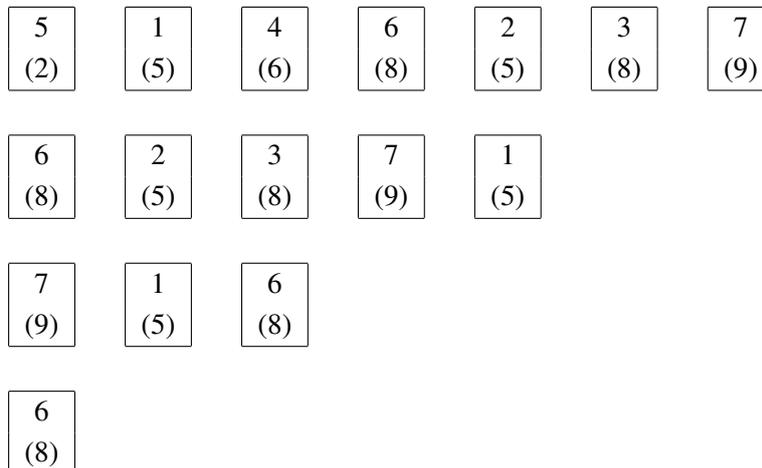
この場合, 以下のように列が変化していく.

- 列の先頭の 3 人の貴族 (貴族 5, 貴族 1, 貴族 4) 中で, 最も踊りのうまさが大きい貴族 4 と最も踊りのうまさが小さい貴族 5 が組になり, 残った貴族 1 が最後尾に移動する.



- 次に、列の先頭の 3 人の貴族 (貴族 6, 貴族 2, 貴族 3) の中で、最も踊りのうまさ大きい貴族は貴族 6 と貴族 3 の 2 人であり、このうち番号の小さい貴族は貴族 3 である。また、列の先頭の 3 人の貴族のうち最も踊りのうまさ小さい貴族は貴族 2 である。貴族 3 と貴族 2 が組になり、残った貴族 6 が最後尾に移動する。
- 次に、列の先頭の 3 人の貴族 (貴族 7, 貴族 1, 貴族 6) の中で、最も踊りのうまさ大きい貴族 7 と最も踊りのうまさ小さい貴族 1 が組になり、残った貴族 6 が最後尾に移動する。
- 最終的に貴族 6 が残り、JOI 姫と組になる。

貴族 6 の踊りのうまさは 8 である。この値が JOI 姫と組になる貴族の踊りのうまさとして考えられる最大値である。



列の変化の様子



入力例 2	出力例 2
3 1 5 3 5 5	5

どのような順番で並んでも，貴族 2 と JOI 姫が組になる．

入力例 3	出力例 3
7 2 32 4 27 6 37 41 41 30 27	37



5

城壁 (Rampart)

歴史学者である JOI 教授は、かつて存在した IOI 王国について研究している。

過去の調査によると、IOI 王国は縦 H 行、横 W 列のマスに区切られた長方形の形をしていた。IOI 王国の首都は、防衛のために城壁で囲われていた。

IOI 王国の首都を囲う城壁は次のような形をしている。城壁には大きさと呼ばれる値が定まっている。大きさ s ($s \geq 3$) の城壁とは、 $s \times s$ の正方形の領域から外周以外の $(s-2) \times (s-2)$ の正方形の領域を除いたものである。

調査によると、首都を囲う城壁の大きさは L 以上であった。また、IOI 王国のいくつかのマスには城壁が存在しなかったことがわかっている。

JOI 教授は、さらなる研究のために、城壁としてありうるものが何通りあるかを知りたい。

課題

IOI 王国の大きさと、城壁の大きさの最小値、城壁が存在しなかったことが分かっているマスの情報が与えられたとき、城壁としてありうるものは何通りあるかを求めるプログラムを作成せよ。

入力

標準入力から以下のデータを読み込め。

- 1 行目には、整数 H, W, L, P が空白を区切りとして書かれている。これは、IOI 王国は縦 H 行、横 W 列のマスに区切られた長方形の形をしており、城壁の大きさは L 以上であり、城壁が存在しなかったことがわかっているマスが P マス存在することを表す。
- 続く P 行のうちの i 行目 ($1 \leq i \leq P$) には、整数 A_i, B_i が空白を区切りとして書かれている。これは、IOI 王国の上から A_i 行目、左から B_i 列目のマスには城壁が存在しなかったことがわかっていることを表す。

出力

標準出力に、城壁としてありうるものは何通りあるかを表す整数を 1 行で出力せよ。



制限

すべての入力データは以下の条件を満たす。

- $1 \leq H \leq 4000$.
- $1 \leq W \leq 4000$.
- $3 \leq L \leq H$ かつ $3 \leq L \leq W$.
- $0 \leq P \leq 100000$.
- $1 \leq A_i \leq H$ ($1 \leq i \leq P$).
- $1 \leq B_i \leq W$ ($1 \leq i \leq P$).
- $(A_i, B_i) \neq (A_j, B_j)$ ($1 \leq i < j \leq P$).

小課題

小課題 1 [4 点]

以下の条件を満たす。

- $H \leq 500$.
- $W \leq 500$.

小課題 2 [16 点]

- $0 \leq P \leq 10$ を満たす。

小課題 3 [80 点]

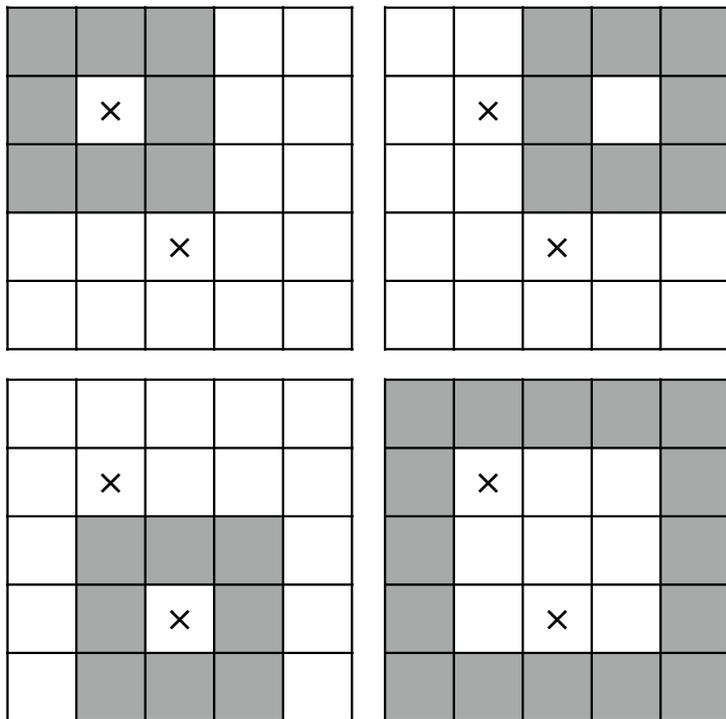
追加の制限はない。

入出力例

入力例 1	出力例 1
5 5 3 2	4
2 2	
4 3	



この入力例の場合、城壁としてありうるものは以下の 4 通りが考えられる。ただし、×で示したマスは城壁が存在しなかったことがわかっているマスである。



入力例 2	出力例 2
7 8 4 3	13
2 2	
3 7	
6 5	

入力例 3	出力例 3
4000 4000 1234 4	7050792912
1161 3028	
596 1892	
3731 2606	
702 1530	