第 36 届全国信息学奥林匹克竞赛

CCF NOI 2019

贵州·广西省队选拔赛

第一试

2019 年 4 月 13 日 8:00 - 12:00

题目名称	与或和	宝牌一大堆	特技飞行
目录	andorsum	doraippai	aerobatics
可执行文件名	andorsum	doraippai	aerobatics
输入文件名	andorsum.in	doraippai.in	aerobatics.in
输出文件名	andorsum.out	doraippai.out	aerobatics.out
每个测试点时限	2 秒	1 秒	2 秒
内存限制	512MB	512MB	512MB
测试点数目	10	10	20
每个测试点分值	10	10	5
是否有部分分	否	否	否
题目类型	传统型	传统型	传统型

提交源程序须加后缀

对于 C 语言	andorsum.c	doraippai.c	aerobatics.c
对于 C++ 语言	andorsum.cpp	doraippai.cpp	aerobatics.cpp

编译命令附加选项

对于 C 语言	-O2
对于 C++ 语言	-O2

与或和

【问题描述】

Freda 学习了位运算和矩阵以后，决定对这种简洁而优美的运算，以及蕴含深邃空间的结构进行更加深入的研究。

对于一个由非负整数构成的矩阵，她定义矩阵的 AND 值为矩阵中所有数二进制 AND(&) 的运算结果；定义矩阵的 OR 值为矩阵中所有数二进制 OR(|) 的运算结果。

给定一个 N×N 的矩阵，她希望求出：

1. 该矩阵的所有子矩阵的 AND 值之和(所有子矩阵 AND 值相加的结果)。
2. 该矩阵的所有子矩阵的 OR 值之和（所有子矩阵 OR 值相加的结果)。

接下来的剧情你应该已经猜到——Freda 并不想花费时间解决如此简单的问题，所以这个问题就交给你了。由于答案可能非常的大，你只需要输出答案对 1,000,000,007 ($10^9 + 7$) 取模后的结果。

【输入格式】

从文件 ***andorsum.in*** 中读入数据。

输入文件的第一行是一个正整数 N，表示矩阵的尺寸。

接下来 N 行，每行 N 个自然数，代表矩阵的一行。相邻两个自然数之间由一个或多个空格隔开。

【输出格式】

输出到文件 ***andorsum.out*** 中。

输出只有一行，包含两个用空格隔开的整数，第一个应为所有子矩阵 AND 值之和除以 $10^9 + 7$ 的余数，第二个应为所有子矩阵 OR 值之和除以 $10^9 + 7$ 的余数。

【样例输入 1】

```
3
1 0 0
0 0 0
0 0 0
```

【样例输出 1】

```
1 9
```

【样例说明 1】

该 3×3 矩阵共有 9 个 1×1 子矩阵、6 个 1×2 子矩阵、6 个 2×1 子矩阵、4 个 2×2 子矩阵、3 个 1×3 子矩阵、3 个 3×1 子矩阵、2 个 2×3 子矩阵、2 个 3×2 子矩阵和 1 个 3×3 子矩阵。

只有一个子矩阵（仅由第一行第一列的那个元素构成的 1×1 矩阵）AND 值为 1，其余子矩阵的 AND 值均为 0，总和为 1。

包含第一行第一列那个元素的子矩阵有 9 个，它们的 OR 值为 1，其余子矩阵的 OR 值为 0，总和为 9。

【样例输入 2】

```
3
1 2 3
4 5 6
7 8 9
```

【样例输出 2】

```
73 314
```

【数据规模与约定】

所有测试数据的范围和特点如下表所示

测试点编号	n 的规模	矩阵中的自然数	约定
1	$1 \le n \le 10$	≤ 100	无
2			
3	$1 \le n \le 100$		
4			
5			
6	$1 \le n \le 1{,}000$	$\le 2^{31}-1$	
7			
8			
9			
10			

宝牌一大堆

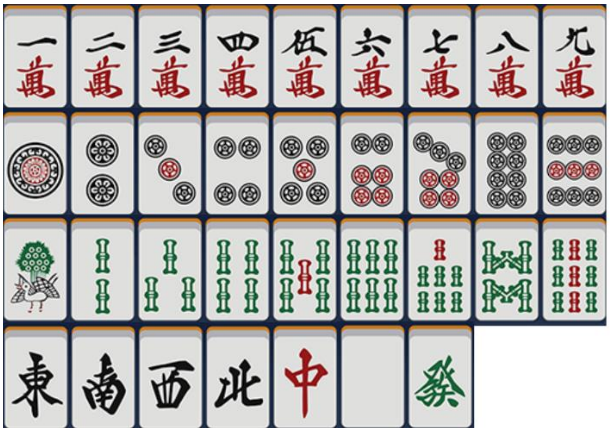
【问题描述】

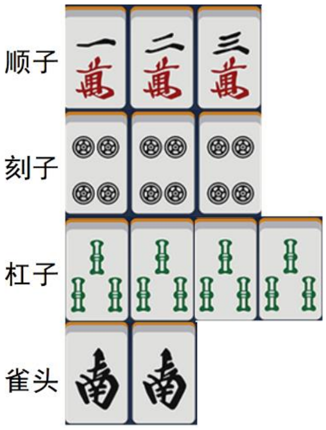
麻将是一种传统的博弈游戏，由 4 名玩家参与，轮流摸牌、打牌。在竞技比赛中主要有国标麻将（中国）和立直麻将（日本）两大规则。本题采用一种特别的规则——“宝牌一大堆”规则。

牌型

一副麻将由 136 张牌组成，其中包含 34 种不同的牌，每种各有 4 张。这 34 种牌分别是：

一万到九万、一索到九索、一筒到九筒、东、南、西、北、中、白、发





它们可以组合成不同的牌型：

- 顺子：3 张数字连续的万，或 3 张数字连续的索，或 3 张数字连续的筒
- 刻子：3 张完全一样的牌
- 杠子：4 张完全一样的牌
- 雀头：2 张完全一样的牌

其中顺子和刻子统称为面子。

和牌

手牌（一名玩家持有的牌）宣告胜利的状况称为“和牌”。

- 当玩家持有 14 张牌，并且满足以下三个条件之一时，判定为“和牌”：
  1. 存在一种方案，使得这 14 张牌可以分成 4 组面子、1 组雀头，简记为“3*4+2”。
  2. 存在一种方案，使得这 14 张牌可以分成 7 组不同的雀头，称为“七对子”。
  3. 这 14 张牌**仅由**一万、九万、一索、九索、一筒、九筒、东、南、西、北、中、白、发这 13 种牌组成，并且这 13 种牌**每种至少有 1 张**，称为“国士无双”。

- 当玩家持有 15 张牌，并且存在一种方案，使得这 15 张牌可以分成 1 组杠子、3 组面子、1 组雀头，判定为和牌。
- 当玩家持有 16 张牌，并且存在一种方案，使得这 16 张牌可以分成 2 组杠子、2 组面子、1 组雀头，判定为和牌。
- 当玩家持有 17 张牌，并且存在一种方案，使得这 17 张牌可以分成 3 组杠子、1 组面子、1 组雀头，判定为和牌。
- 当玩家持有 18 张牌，并且存在一种方案，使得这 18 张牌可以分成 4 组杠子、1 组雀头，判定为和牌。

宝牌

每局游戏还会指定若干张“宝牌”，和牌时，手牌中的每张宝牌会使收益翻一番（会在接下来详细介绍）。

达成分数

由于可以“和牌”的手牌很多，可以给每种判定为“和牌”的手牌定义一个“达成分数”，这个分数等于从所有尚未打出的牌中选出若干张，能够组成该手牌的方法数，再乘上手牌中 2 的“宝牌数”次方。该分数综合考虑了和牌几率与和牌收益，理论上以分数较高的手牌为目标较好。

例如下图手牌显然是可以“和牌”的，如果目前场上还剩 3 张一万、4 张九万，以及二到八万各 2 张没有打出，宝牌为九万，那么下图手牌的“达成分数”就是 $C_3^3C_4^3C_2^2(C_2^1)^6 2^3 = 2048$，其中 C 表示组合数。

特别地，“七对子”和牌的手牌，达成分数额外乘 7。“国士无双”和牌的手牌，达成分数额外乘 13。

有一天，小 L，小 Y，小 I 和小 W 正在打麻将，路过的雪野和看到了所有已经打出的牌，但不知道任何一名玩家的手牌。也许你已经猜到了下面的剧情——雪野和想知道在所有尚未打出的牌中，“达成分数”最高的可以“和牌”的手牌有多少分，但是她还要观看麻将比赛，所以这个问题就交给你了。

【输入格式】

从文件 ***doraippai.in*** 中读入数据。

每个测试点包含多组数据，第一行是一个整数 T，表示数据组数。注意各组数据之间是互相独立的。

每组数据包含两行，第一行给出场上已经打出的牌，第二行给出该局的所有宝牌。

规定用 1m, 2m, …, 9m 代表万，1p, 2p, …, 9p 代表筒，1s, 2s, …, 9s 代表索，E, S, W, N 代表东、南、西、北，Z, B, F 代表中、白、发，相邻两张牌之间用一个空格隔开，每行的末尾有一个单独的 0 代表结束。

【输出格式】

输出到文件 ***doraippai.out*** 中。

输出文件应包含 T 行，对于每组数据，输出一个整数表示最高分数。

【样例输入】

```
2
0
0
7m 4p 2s 7s 6p 8s 7p 5s 9s 9s 1p 5m 9m 5s 4p 5s E 1p 6s
5p B 4m 6m W 6p 6s E 9s 5p 2s 8s 8p 4m 3s 9m 5p 3s 2s 6s 8s
8p 6p 5m 4s 3m 4s 5s 4s 6m 9s 6p N 5m 7s 4m 2m 2s 6s 3m 7p
B B N 1m 3m B 8p F 7p 0
W 4p N 3m 2m B 9m 3p 1p 6p S 4s 5p 8s 4m 5s 2s 3s 0
```

【样例输出】

```
1308622848
127401984
```

【样例说明】

在第一组数据中，没有打出过任何牌，没有宝牌，和“国士无双”分数最高，为 $13 * 6 * 4^{12}$。和“3*4+2”和“七对子”的分数为 100663296 和 1959552。

在第二组数据中，和“3*4+2”分数最高，为 127401984，可以得到该分数的手牌之一为“1m2m3m 7m8m9m 1p2p3p 3p4p5p SS”。和“七对子”的分数为 125411328，不存在和“国士无双”的可能。

【数据规模与约定】

<table>
<tr><th>测试点编号</th><th>T 的规模</th><th>已经打出的牌</th><th>宝牌数</th><th>约定</th></tr>
<tr><td>1</td><td>$T = 10$</td><td>无特殊限制</td><td rowspan="4">≤ 20 张</td><td rowspan="10">已经打出的牌必定是合法的牌，且每种不超过 4 张

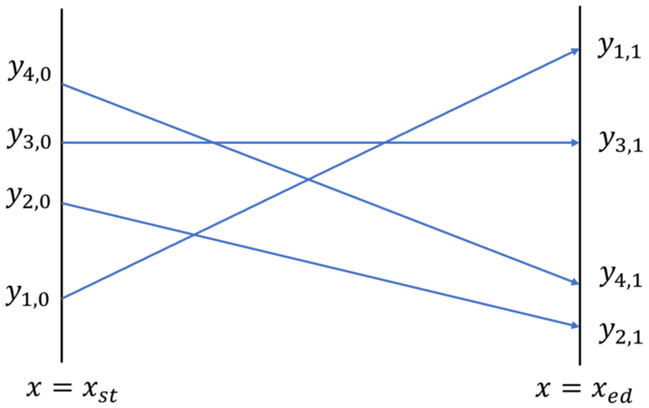
宝牌不会重复给出</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$T = 100$</td><td>至少包括所有数字为三到七的牌</td></tr>
<tr><td>3</td><td rowspan="3">$T = 500$</td><td>每种至少 2 张</td></tr>
<tr><td>4</td><td>每种至少 1 张</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="6">无特殊限制</td><td rowspan="2">0 张</td></tr>
<tr><td>6</td><td rowspan="2">$T = 1{,}000$</td></tr>
<tr><td>7</td><td rowspan="4">≤ 20 张</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$T = 1{,}500$</td></tr>
<tr><td>9</td><td>$T = 2{,}000$</td></tr>
<tr><td>10</td><td>$T = 2{,}500$</td></tr>
</table>

特技飞行

【问题描述】

公元 9012 年，Z 市的航空基地计划举行一场特技飞行表演。表演的场地可以看作一个二维平面直角坐标系，其中横坐标代表着水平位置，纵坐标代表着飞行高度。

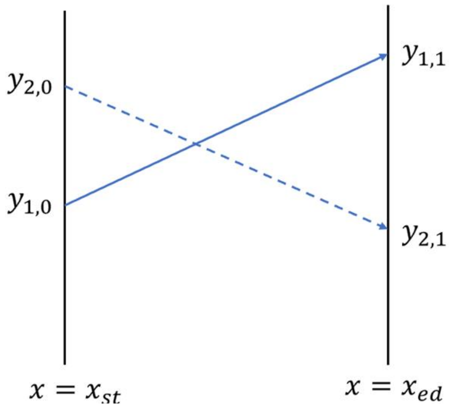
在最初的计划中，这 n 架飞机首先会飞行到起点 $x = x_{st}$ 处，其中第 i 架飞机在起点处的高度为 $y_{i,0}$。它们的目标是终点 $x = x_{ed}$ 处，其中第 i 架飞机在终点处的高度应为 $y_{i,1}$。因此，每架飞机可以看作坐标系中的一个点，它的航线是从 $(x_{st}, y_{i,0})$ 出发、到 $(x_{ed}, y_{i,1})$ 结束的一条线段，如下图所示。

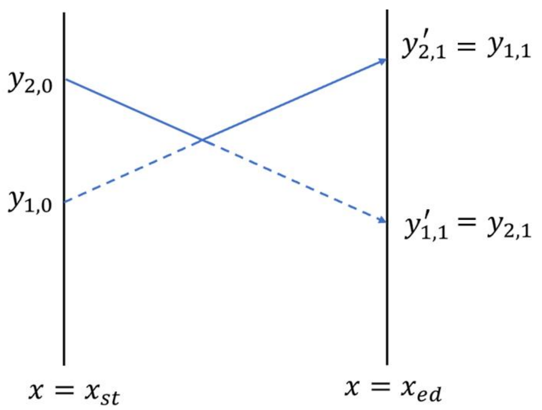


这 n 架飞机同时出发且始终保持一定的对地速度。因此，对于任意两条交叉的航线（线段），对应的两架飞机必然会同时到达交点处——这就是它们进行特技表演的时刻。它们将会偏转机翼，展现以极近的距离“擦身而过”特技，然后**继续保持各自的航线**。

航空基地最近还研究了一种新的特技“对向交换”。当两架飞机到达交点处时，之前正在下降的那架立即转为执行抬升动作，之前正在上升的那架则执行一次空翻，两架飞机一上一下、机腹对机腹，同样以极近的距离经过交点，然后**互相交换接下来的航线**。

我们不必关心特技动作在物理上究竟是如何实现的，飞机仍然看作一个点，在两种特技动作下，航线的变化如下图所示（$y'_{i,1}$ 表示交换航线后第 i 架飞机在终点的新高度）。容易发现，“对向交换”会使它们的航线变为折线，并**保持它们在纵坐标上的相对顺序**；而“擦身而过”会**改变它们在纵坐标上的相对顺序**。

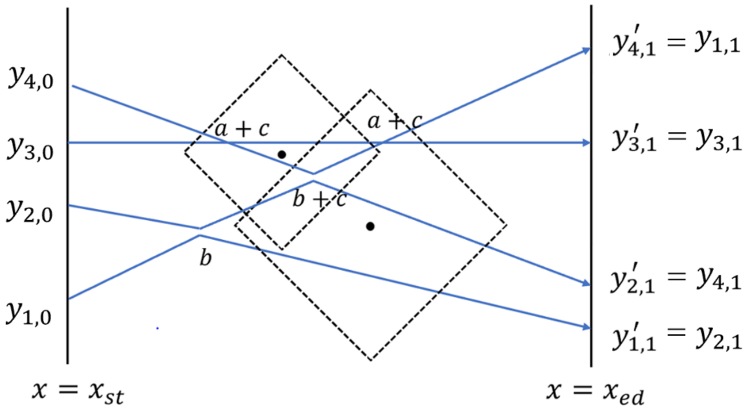




现在，观看表演的嘉宾团提出了一个苛刻的要求——在终点 $x = x_{ed}$ 处，按照高度排序，n 架飞机的相对顺序必须与 $x = x_{st}$ 处的相对顺序一致。嘉宾团还给“对向交换”特技和“擦身而过”特技分别评定了难度系数 a 和 b，每次“对向交换”特技可以获得 a 的分数，每次“擦身而过”特技可以获得 b 的分数。

除此以外，嘉宾团共有 k 名成员，第 i 名成员会乘热气球停留在位置 (p_i, q_i) 处，具有 r_i 的观测距离，可以观测到区域 $|x - p_i| + |y - q_i| \le r_i$ 里的所有特技。若某个交点处的特技被一名或多名嘉宾观测到，则可以获得 c 的额外加分。注意：**特技无论是否被观测到，均可以获得 a 或者 b 的得分**。

下图是对本题第一幅图 4 条航线 4 个交点的一种满足要求的安排，包括 2 次“对向交换”、2 次“擦身而过”，3 项特技被观测到，得分 $2a + 2b + 3c$。为了方便观察，图中展现“对向交换”特技的交点稍稍有些分离。



在这次的剧情里，你成为了 Z 市航空基地的规划员，你可以决定在每个交点处是执行“对向交换”还是“擦身而过”。你被要求在保证嘉宾团要求的前提下，计算整个特技表演的可能得到的最低和最高分数。

【输入格式】

从文件 ***aerobatics.in*** 中读入数据。

第一行包含六个非负整数 $n, a, b, c, x_{st}, x_{ed}$，分别表示航线（线段）总数、“对向交换”特技的得分、“擦身而过”特技的得分、观测对表演的额外加分、飞行起点的横坐标、飞行终点的横坐标。

第二行包含 n 个非负整数 $y_{i,0}$，其中第 i 个数表示第 i 条航线起点的纵坐标，保证按照从低到高的顺序给出，即 $y_{i,0} < y_{i+1,0}$。

第三行包含 n 个非负整数 $y_{i,1}$，其中第 i 个数表示第 i 条航线终点的纵坐标。

第四行包含一个非负整数 k，表示嘉宾的数量。

接下来 k 行每行三个非负整数 p_i, q_i, r_i，分别表示第 i 名嘉宾所在位置的横、纵坐标与观测距离。

输入数据对于所有航线（线段）在直线 $x = x_{st}$ 和 $x = x_{ed}$ 之间的交点总数也有一些限制，详见“数据规模与约定”。

【输出格式】

输出到文件 ***aerobatics.out*** 中。

输出只有一行，包含两个整数，表示整个特技飞行表演的可能得到的最低和得最高分数，中间用一个空格隔开。

【样例输入 1】

```
4 1 2 3 1 6
1 2 3 4
4 1 3 2
2
3 3 1
5 2 2
```

【样例输出 1】

```
13 15
```

【样例说明 1】

该样例的航线就是题目描述的图中所画的情况，只是嘉宾所在的位置稍有不同。

最低得分的表演方案是在所有交点处均采用“对向交换”特技，得分 $4a+3c=13$。

最高得分的表演方案与题目描述的图中所画的情况一致，得分 $2a+2b+3c=15$。

【样例输入 2】

```
10 73 28 13 0 100
2 9 16 25 29 34 43 46 52 58
8 25 35 52 41 5 16 3 19 48
5
46 40 1
37 27 5
67 34 1
65 28 4
29 38 1
```

【样例输出 2】

```
989 1619
```

【数据规模与约定】

<table>
<tr><th>测试点编号</th><th>n,k 的规模</th><th>交点数的规模</th><th>约定</th><th>备注</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="4">$n \le 15$
$k \le 15$</td><td rowspan="4">≤ 40</td><td rowspan="8">无</td><td rowspan="20">不存在三条或三条以上的线段交于同一点
所有坐标和 r_i 均为 $5 * 10^7$ 以内的非负整数
$y_{i,0} < y_{i+1,0}$
$y_{i,1}$ 各不相同
$x_{st} < p_i < x_{ed}$
$1 \le a,b,c \le 10^3$</td></tr>
<tr><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td></tr>
<tr><td>5</td><td rowspan="4">$n \le 30{,}000$
$k \le 100$</td><td rowspan="4">$\le 200{,}000$</td></tr>
<tr><td>6</td></tr>
<tr><td>7</td></tr>
<tr><td>8</td></tr>
<tr><td>9</td><td rowspan="4">$n \le 100{,}000$
$k \le 100{,}000$</td><td rowspan="4">$\le 500{,}000$</td><td rowspan="4">$a = b$</td></tr>
<tr><td>10</td></tr>
<tr><td>11</td></tr>
<tr><td>12</td></tr>
<tr><td>13</td><td rowspan="4">$n \le 50{,}000$
$k \le 50{,}000$</td><td rowspan="4">$\le 250{,}000$</td><td rowspan="8">无</td></tr>
<tr><td>14</td></tr>
<tr><td>15</td></tr>
<tr><td>16</td></tr>
<tr><td>17</td><td rowspan="4">$n \le 100{,}000$
$k \le 100{,}000$</td><td rowspan="4">$\le 500{,}000$</td></tr>
<tr><td>18</td></tr>
<tr><td>19</td></tr>
<tr><td>20</td></tr>
</table>