

括号路径 (bracket)

- 题意：给定 n 个点 $2m$ 条边的有向图，边带单个括号，共有 k 种括号。
- 存在 $u \rightarrow v$ 带第 w 种左括号的边就一定存在 $v \rightarrow u$ 带第 w 种右括号的边，反之亦然。求有多少个点对满足它们之间存在一条合法括号序列路径。
- $n \leq 3 \times 10^5$, $m \leq 6 \times 10^5$ 。
- 性质1：若 u, v 之间存在合法括号序列路径，则对于其他点 w ，要么 w 和 u, v 之间都存在，要么都不存在。
- 假设 $w \rightarrow u$ 存在一条合法括号序列路径，则 $w \rightarrow u \rightarrow v$ 一定也合法，即 w, v 也存在合法括号序列路径。
- 由性质1，点集可以分为若干个集合，每个集合内任意两点存在合法括号序列路径。

括号路径 (bracket)

- 注意到合法括号序列中一定存在某个位置会出现 $()$ 型的情况，这对应着某个点 w 有两个同类型左括号的入边。
- 维护所有点左括号类型的入边，如果出现同类型的两条边，就把这两条边对应的起点合并。不断进行这个过程，直到无法合并。此时所有合法点对都被找到，不同集合间的点不存在合法括号序列路径。
- 反证：如果存在没被合并的合法点对，则它们的路径一定包含 $()$ 型，这说明还存在能继续合并的点对。
- 合并点对的入边时采用启发式合并。时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

