

斐波那契 (fib)

- 题意：给定斐波那契数列 f_i 中的前两项，求最小的 p 使得模 m 意义下 $f_p = 0$ 。
- 询问组数 $\leq 10^5$ ， $m \leq 10^5$
- 记 $F_0 = 0, F_1 = 1$ 的斐波那契数列第 n 项为 F_n 。
- 首先计算 f_n 与前两项 $f_0 = a, f_1 = b$ 的关系。
- $f_0 = a, f_1 = b, f_2 = a + b, f_3 = a + 2b, f_4 = 2a + 3b, f_5 = 3a + 5b, \dots$
- 容易得出 $f_n = a \times F_{n-1} + b \times F_n$ 。
- 计算 F_n 模 m ，根据经典结论其有长度不超过 $6m$ 的循环节。
- m 是素数时： $f_n \equiv 0 \pmod{m} \implies -\frac{a}{b} \equiv \frac{F_n}{F_{n-1}} \pmod{m}$ ，预处理 $\frac{F_i}{F_{i-1}}$ ，询问时查表。

斐波那契 (fib)

- 如果 $m = p_1 p_2 \cdots p_k$
- 可以对每个质数找到 F_p 第一次为 0 的位置。
- 接下来要对不同质数进行合并，此处用大数翻倍法进行中国剩余定理合并即可。
- 唯一需要注意的是，对于每个质数的情况下，模数不应该是循环节长度（因为循环节长度内不止 1 个 0，使用循环节长度会存在选择哪个 0 进行合并的问题）。
- 但可以很容易证明，同一个质数情况下，0 出现的位置是周期性的并且这个周期是循环节的因子，所以枚举循环节因子找到真正最小周期即可。

斐波那契 (fib)

- $m = p^k$, 此时逆元有可能不存在。下面提供一个比较暴力直接的做法。
- 我们不使用除法操作, 考虑最初的乘法 $F_{i-1} \times a' + F_i \times b' \equiv 0 \pmod{m}$ 。
- 令 $a' = a \times p^A$, $-b' = b \times p^B$, $F_{i-1} = c \times p^C$, $F_i = d \times p^D$ 。
- 则 $a \times c \times p^{A+C} \equiv b \times d \times p^{B+D} \pmod{p^k}$ 。
- 有两种情况满足条件: $A + C \geq k$ 且 $B + D \geq k$ 。
- 或者 $A + C = B + D$ 且 $a \times c \equiv b \times d \pmod{p^{k-A-C}}$ 。

斐波那契 (fib)

- ▶ 预处理的时候我们知道的是 c, d, C, D, k 。
- ▶ 对于情况一，只要 $C \geq k - A$ 且 $D \geq k - B$ ，用二维后缀最小值处理即可。
- ▶ 对于情况二，在预处理的时候我们不知道 a, b, A, B ，但我们可以暴力枚举 A 的值，这样可以解出 B 的值。通过暴力枚举把所有的可能性全部存下来（ A 只有 $\log m$ 种可能性），之后询问的时候只需要保证 A, B 的值以及互质部分的用逆元除法能对上，就说明找到了一组解。
- ▶ 总体复杂度 $O(n \log^2 m)$ 。用哈希可以省一个 \log 。