

バス通学(Bus)



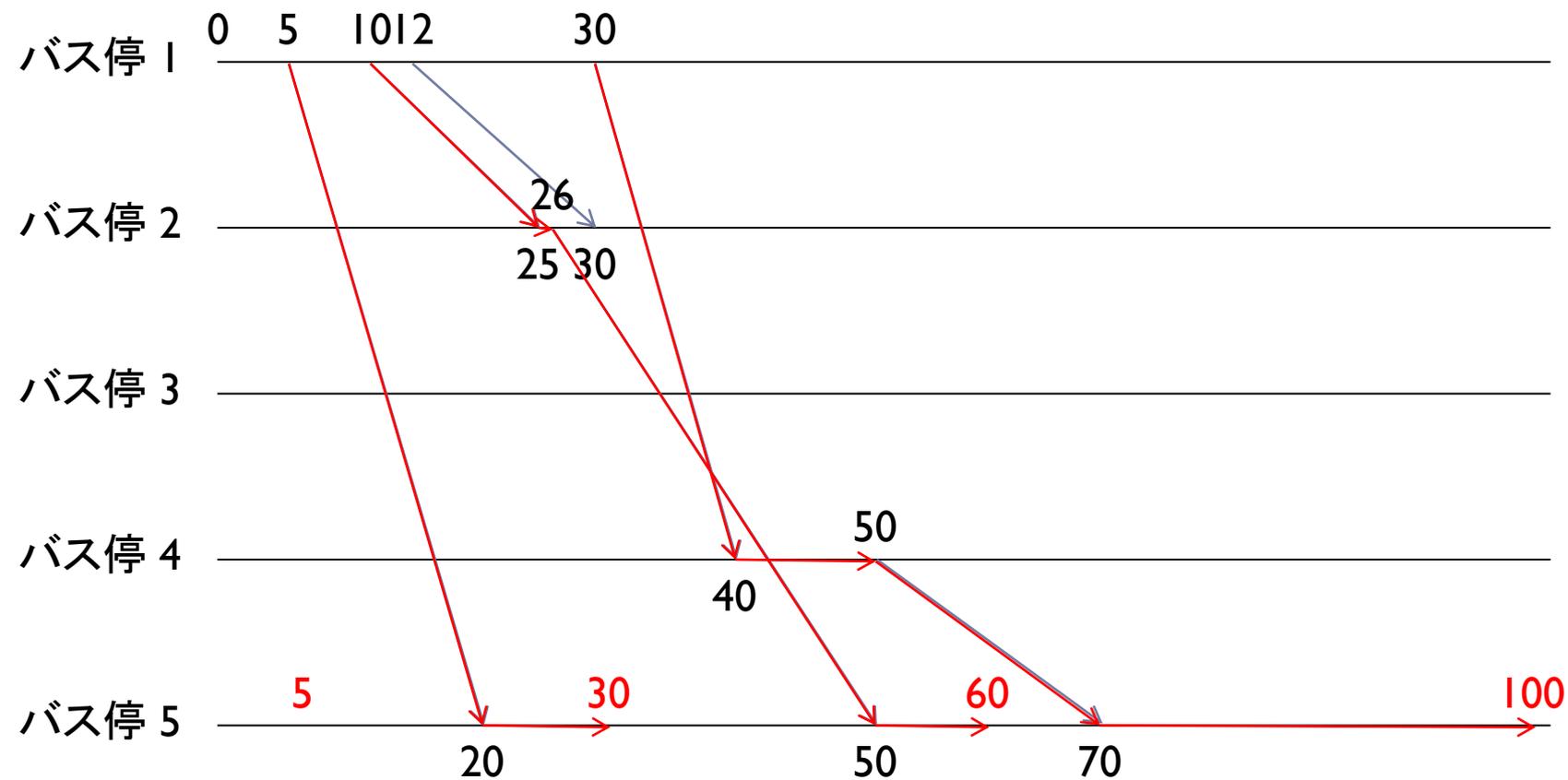
解説：カサウラカズミ

問題

- ▶ バスの時刻表が与えられる
- ▶ それぞれのバスはある時刻にあるバス停を出発しある時刻にあるバス停に到着する
- ▶ バスを乗り継いでバス停 I からバス停 N に行く
- ▶ バス停 N に到着すべき時刻が Q 個与えられる
- ▶ それぞれについてバス停 I の出発時刻を求めよ



例



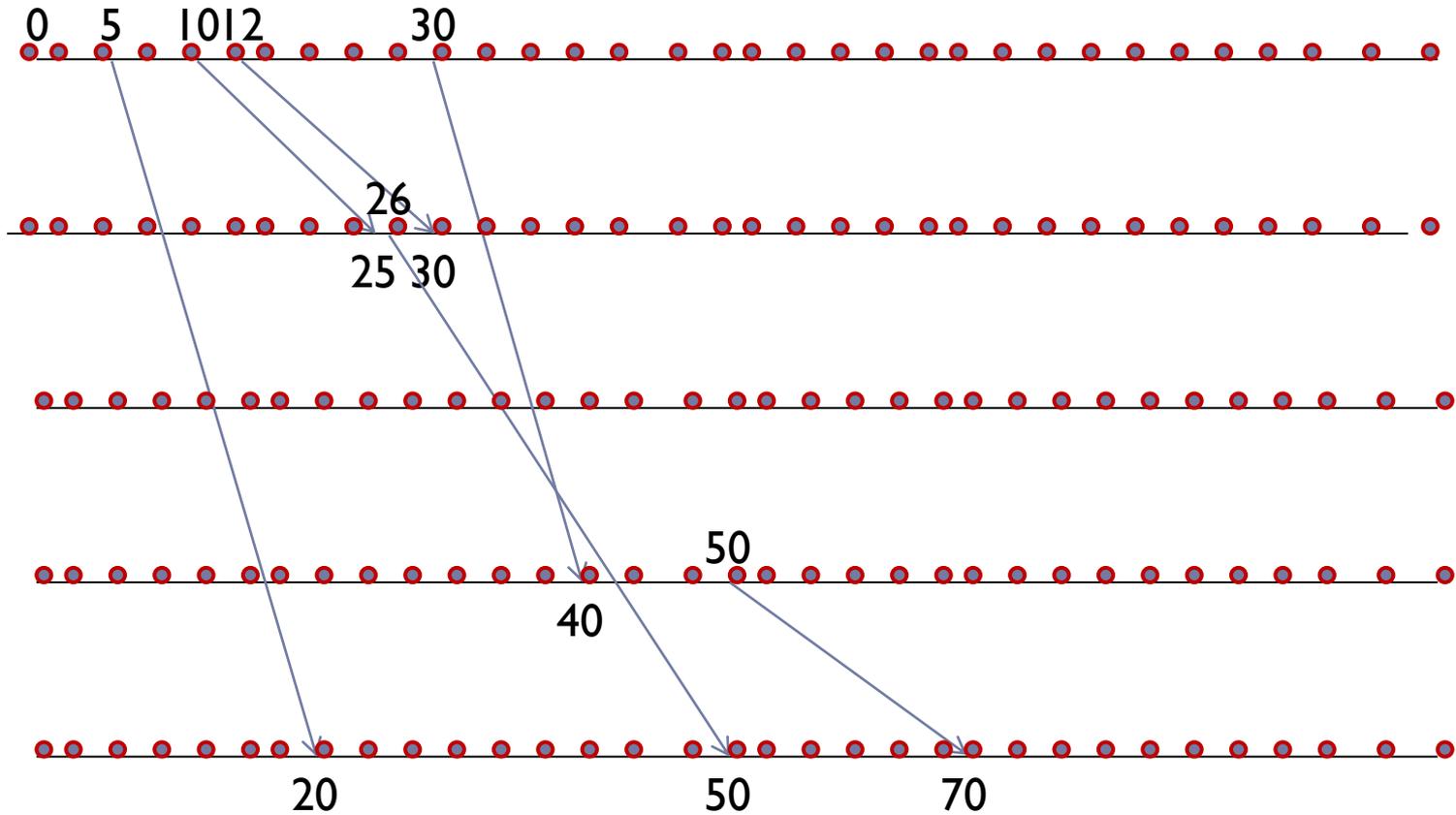
この間0.1秒

愚直な解法

- ▶ $Q=1$ のときを考える
- ▶ ダイアグラムをグラフ化
- ▶ バス停の番号と時間の組をグラフの頂点とみなす



愚直な解法



愚直な解法

- ▶ それぞれの頂点から一ミリ秒後の頂点に辺を張る
- ▶ $\langle A, t \rangle \rightarrow \langle A, t+1 \rangle$
- ▶ バス停 A を時刻 X に出発し バス停 B に時刻 Y に到着するバスに対し辺を張る
- ▶ $\langle A, X \rangle \rightarrow \langle B, Y \rangle$

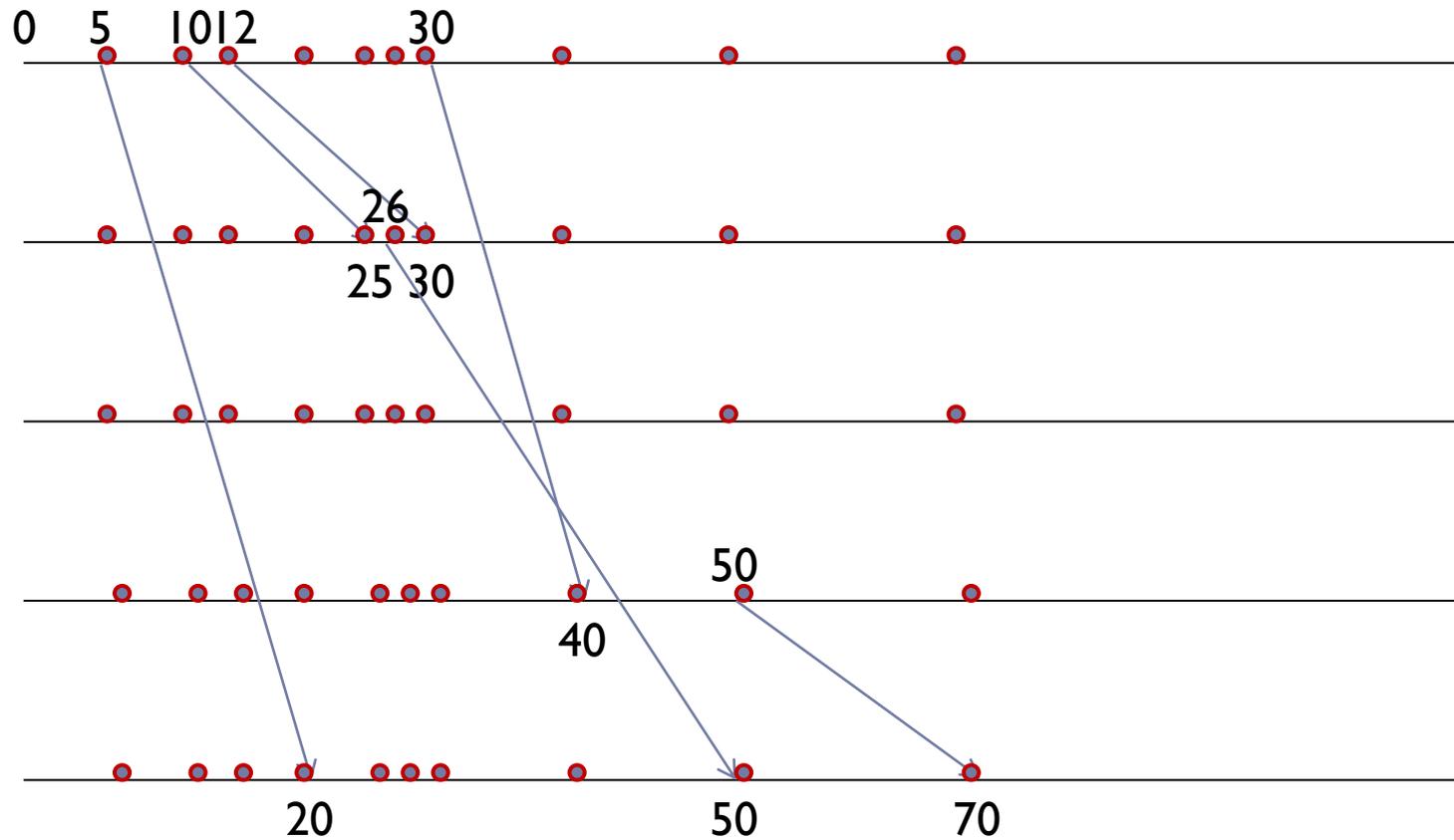


愚直な解法

- ▶ 時刻の取りうる値 86400000 通り ← 多すぎ
- ▶ 頂点数は $N * 86400000$ ← 多すぎ
- ▶ 頂点を減らそう
- ▶ 座標圧縮 $2 * M$ 通り
- ▶ 点は全部で $2 * N * M$
- ▶ Subtask 1,2 なら $N \leq 2000$ $M \leq 2000$ なのでなんとかメモリに収まる



愚直な解法

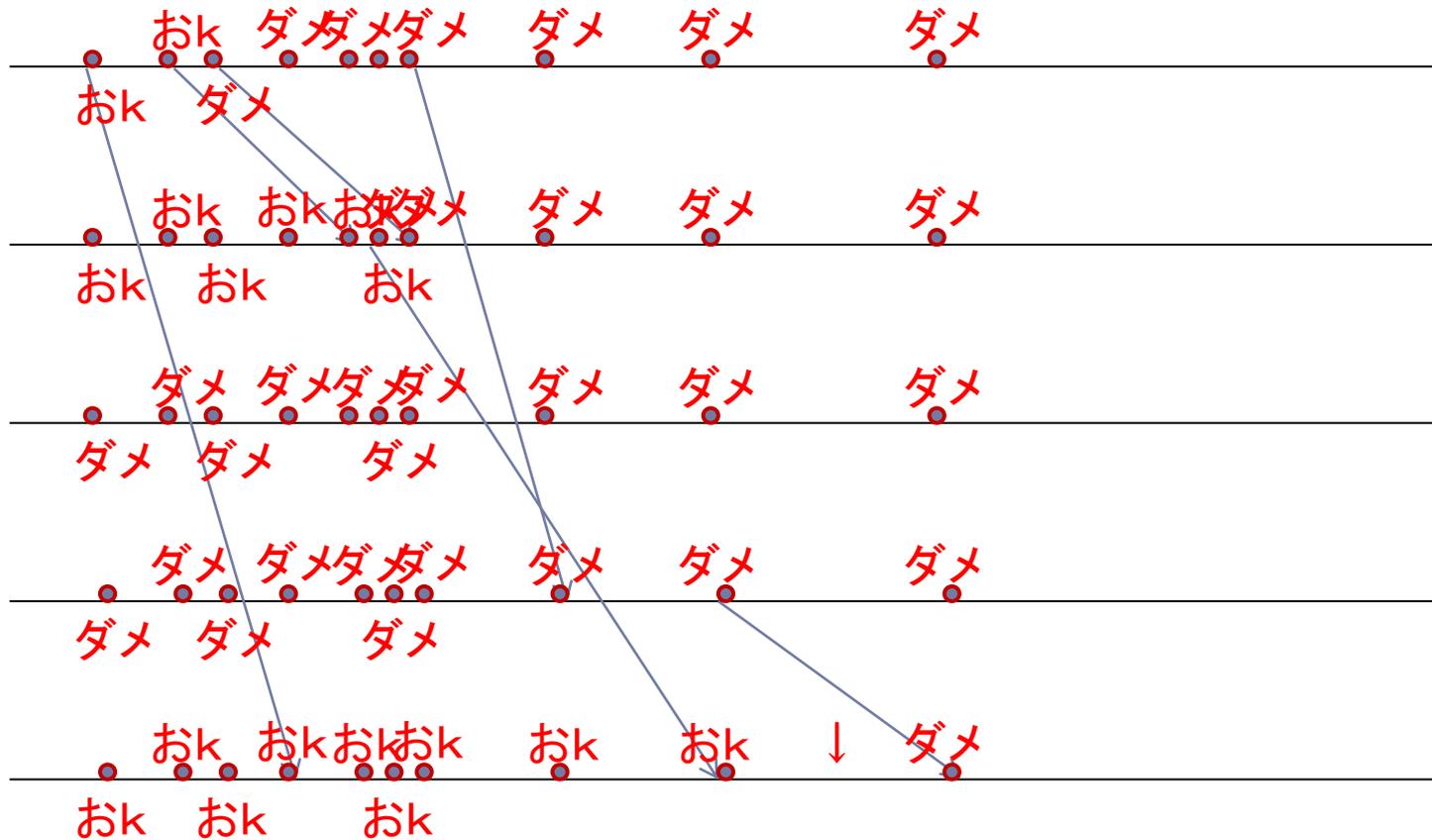


愚直な解法

- ▶ それぞれの頂点について所定時刻にバス停 N にたどりつけるか、すなわち辺をたどって $\langle N, L \rangle$ にたどりつけるかを調べる。
- ▶ すべての辺は時刻の早い点から遅い点に向かっている
- ▶ 時刻の遅い点から調べていけばいい



愚直な解法



愚直な解法

- ▶ 時間計算量 $O(NM)$ 空間計算量 $O(NM)$
- ▶ Subtask 1 $N \leq 2000, M \leq 2000$ ならで解けて 20 点。

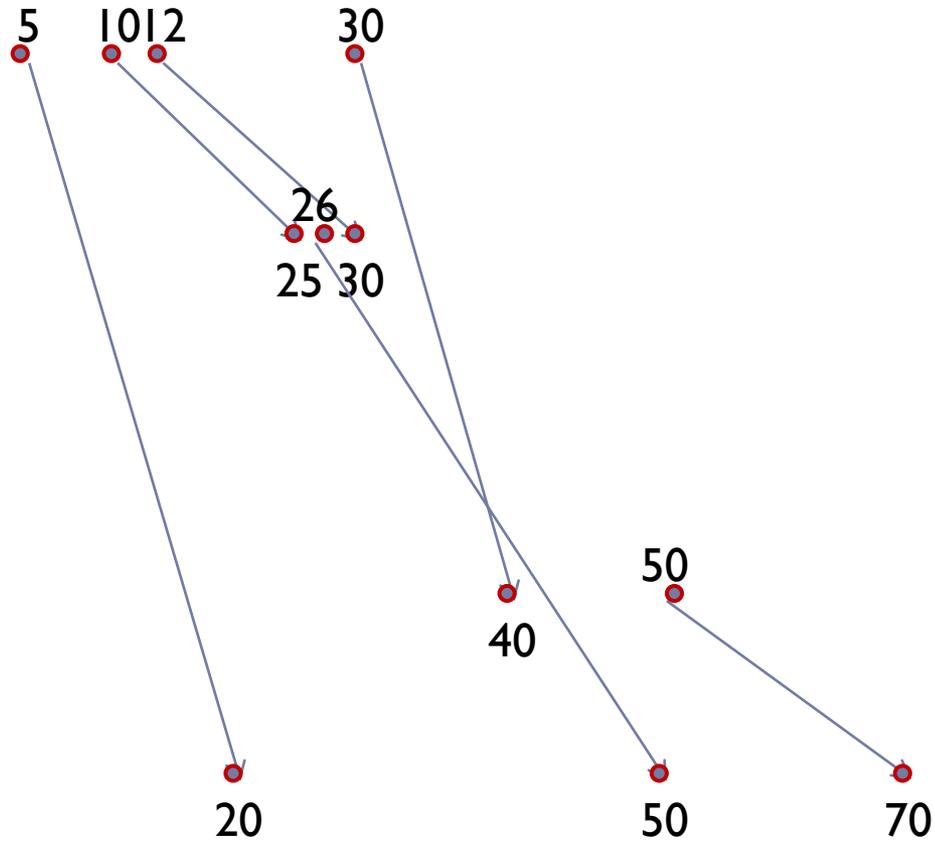


無駄をなくしスマートなグラフに

- ▶ 無駄な点が多い
- ▶ バス辺の出発点と到着点だけあればよい



無駄をなくしスマートなグラフに

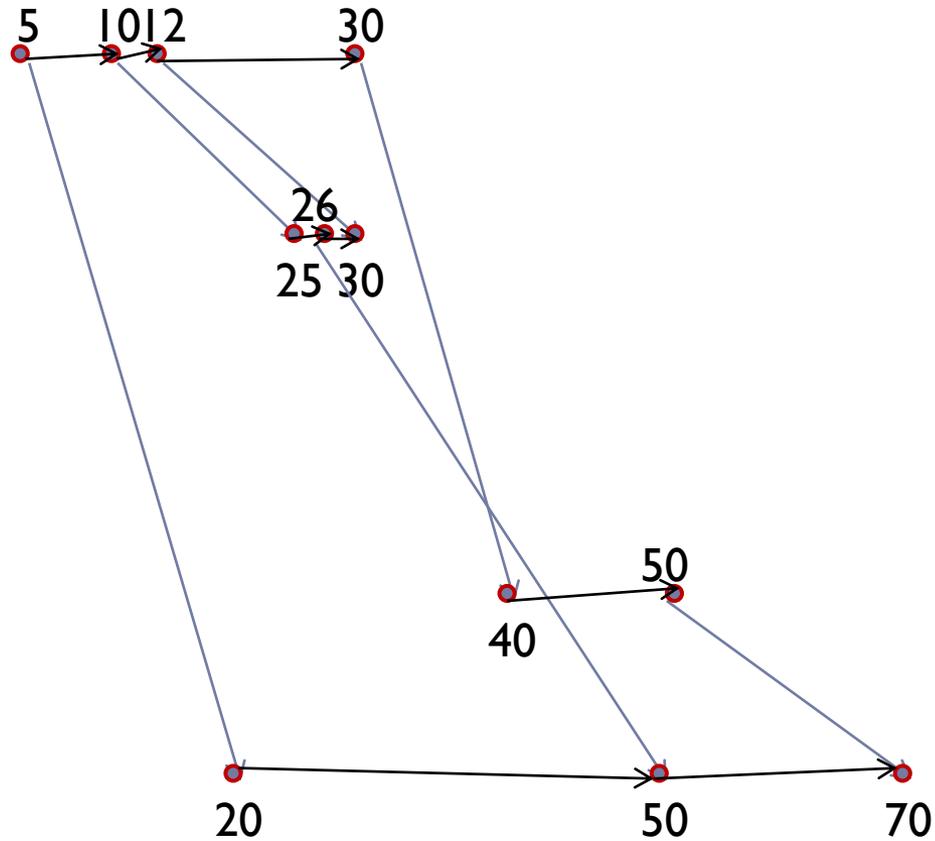


無駄をなくしスマートなグラフに

- ▶ 各バス停について、点を時刻でソートし順番に辺を張る



無駄をなくしスマートなグラフに

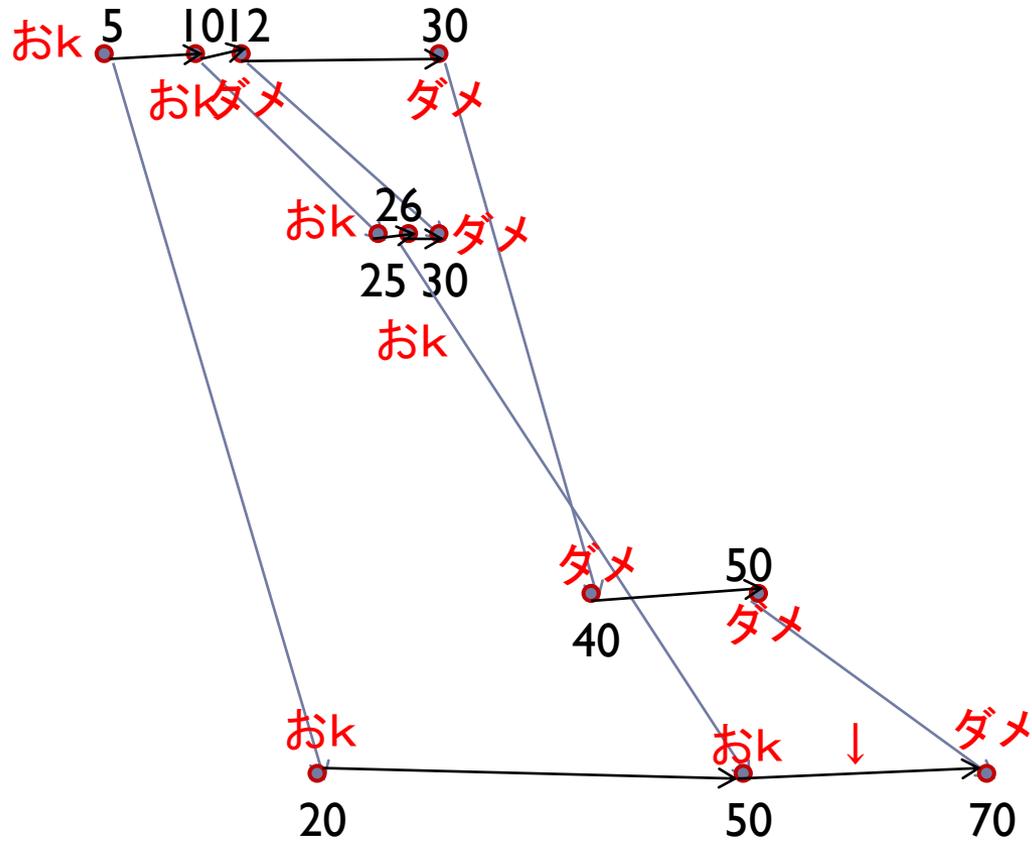


無駄をなくしスマートなグラフに

- ▶ あとは同様に、遅い時刻の点から目的の点に到達可能かどうか調べていけばよい



無駄をなくしスマートなグラフに



無駄をなくしスマートなグラフに

- ▶ これで Subtask 1,3 がとけて 35 点。



Q>1 に対応させよう

- ▶ グラフの構築はあらかじめできるので $O(M \log M + MQ)$ → Subtask 2 なら通るかな？
- ▶ よく考えたら バス停 N にバスが到着する時刻についてだけ調べればいい
- ▶ $O(M^2 + Q \log M)$ → Subtask 2 なら安全
- ▶ 残り 50 点
- ▶ なんとか前処理をしてそれぞれのクエリに高速で答えられるようにしたい
- ▶ 実はさっきの方法をちょっと変えるだけでいい

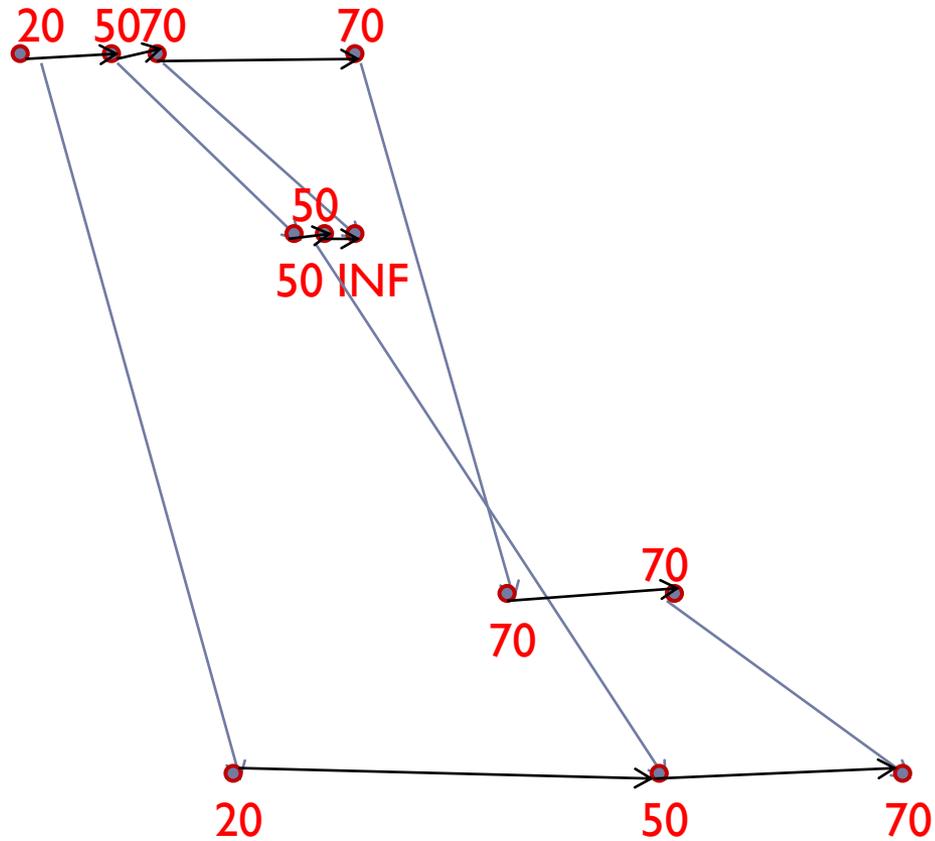


Q>1 に対応させよう

- ▶ $\langle N, 50 \rangle$ に到達できるなら $\langle N, 100 \rangle$ に到達できるのは当然
- ▶ 各頂点についてそこからバス停 N に到達できる最早の時刻を計算
- ▶ さっきのグラフ上で同様に遅い点から計算していけばいい



Q>1 に対応させよう



Q>1 に対応させよう

- ▶ あとはバス停 1 の頂点たちのデータに対して bound すればクエリに答えられる
- ▶ 逆でもよい
- ▶ 各頂点に対し、「そこに到達するためには遅くともいつバス停 1 を出発しなければならないか」を早い頂点から計算
- ▶ バス停 N のデータたちを使えばクエリにこたえられる
- ▶ 時間計算量 $O((M + Q)\log M)$
- ▶ 空間計算量 $O(M)$ で 100 点！
- ▶ ちなみにこれを Subtask 1 のグラフに使うと Subtask 2 がとけて 35 点



実装の工夫

- ▶ 実は実際にグラフを作らなくてもよい
- ▶ 後ろから見ていくことは同じ
- ▶ 各バス辺 e についてその到達点からバス停 N に到達できる最早時刻 $F[e]$ を計算し記録していく
- ▶ さらに各バス停 i に居ついて「いま考えている時刻」からバス停 N に到達できる時刻 $E[i]$ を計算し更新していく

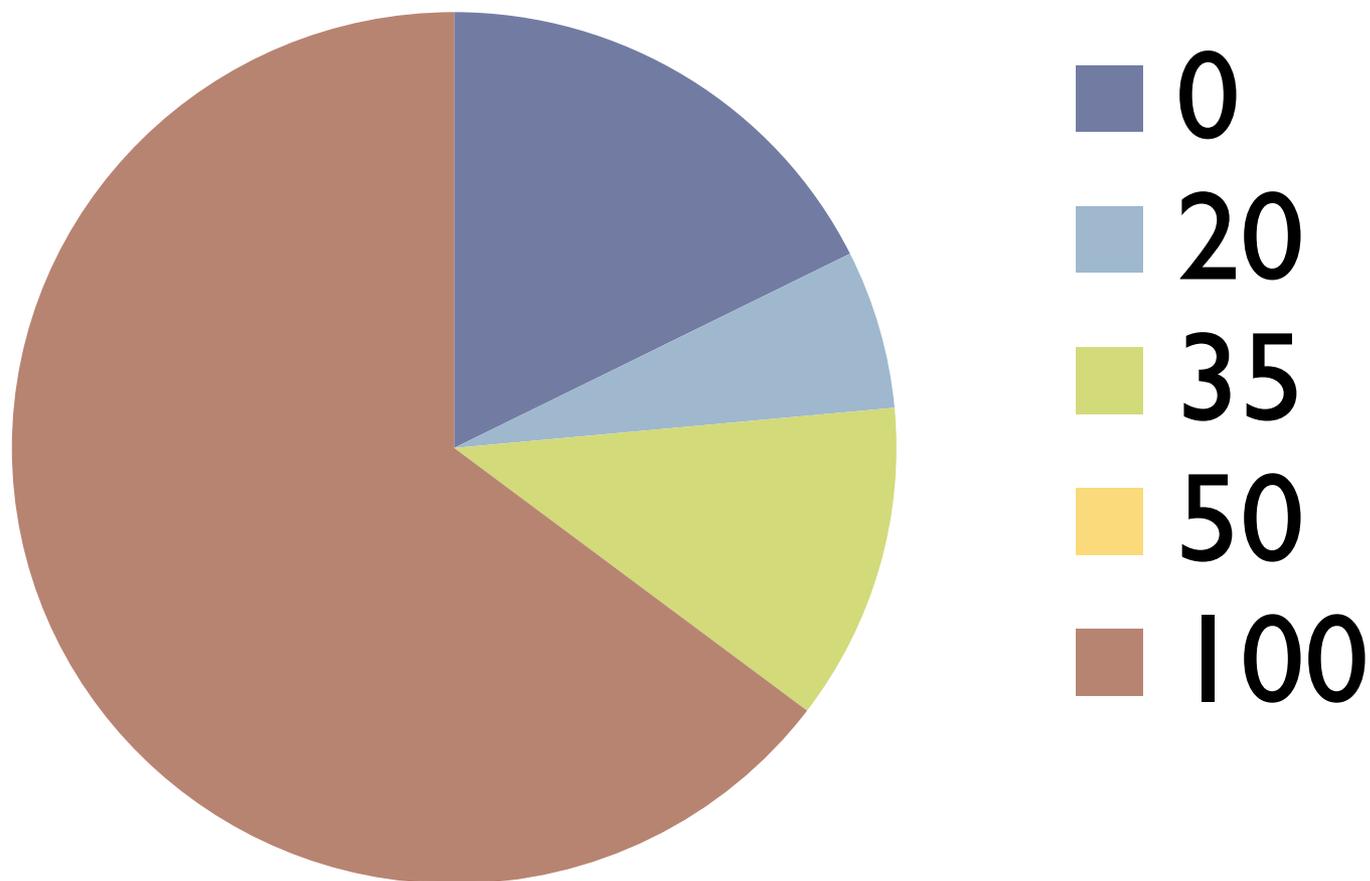


実装の工夫

- ▶ 出発時刻と到着時刻をソートする
- ▶ バスの出発と到着をイベントと考え、遅い時刻のイベントから順番に処理していく
- ▶ バス K の出発では出発バス停を A として
- ▶ $E[A] := \min(E[A], F[K])$
- ▶ バス K の到着では到着バス停を B として
- ▶ $F[K] := E[B]$
- ▶ 同時刻のイベントは出発を先にすることに注意
- ▶ これで本質的にさっきのグラフと同じことができる
- ▶ 逆向きに考えている場合は早いイベントから処理していく



得点分布



▶ いつもと趣向を変えて円グラフにしてみました