

玄学解题报告

计科40 黄嘉泰&钟皓曦

得分情况

- 100: 王逸松
- 87: 于志竟成
- 75: 中位数

问题

- 一系列对象
- 常见的区间修改，单点询问：修改操作易于复合，但未必交换以及有逆（譬如低阶矩阵相乘）
- 现在询问的时候忽视掉一段前缀与后缀，只留下中间一段连续的修改

签到：75分

- 具备常识的选手会对修改操作分块或建线段树，这样可以将询问的 $i..j$ 区间分解成不太多的小区，只需知道每个小区间上覆盖了 k 的所有修改的复合就可以了。
- 里层使用动态开结点的线段树或者平衡树。

75+

- 强大的常数优化
- 模 m 整数环上有特殊性质，可以把 m 作素因子分解，将 $ax+b$ 的系数 a 分成模 m 可逆与不可逆的部分来维护。 $O(\log n^* (\text{m的素因子数}))$

离线大数据

- 假如每个元素 k 至多被问一次，可以在 i 之前添加一次单点修改操作将 k 改成初始值，询问就变成作用整个前缀 $1..j$ 。
- 统计每个元素被询问几次，复制对应那么多份，同时把相关的下标改掉。
- $O(q \log q)$

std

- 回忆最基本的区间修改，单点询问的线段树
- 线段树的每个区间上记着被延迟的操作，它是一些作用在整段区间上的最小操作的复合
- 遗憾的是，通常我们只存下这个复合，它具体是由哪些操作复合而来这样的信息都丢掉了。
- 用一个平衡树将它们都存下来！

- 支持序列连接的可持久化平衡树 (AVL, Treap)
- 标记的下传就是把父区间的标记平衡树合并到两个儿子的平衡树后面，然后把父区间的树置空
- 修改操作 $O(\log n \log q)$

- 如何回答询问呢？对叶子元素 k ，把它到根上的平衡树都拿出来。这些平衡树上记着的就是所有覆盖了它的修改操作。
- 更进一步地，线段树的性质保证深处的平衡树记着更老的操作，因此两棵平衡树记着的修改操作在时间上是不相交的。
- 在每棵平衡树上都查一次 $i..j$ ，或者完全不交，或者交一个前缀/后缀，或者完全被包含。
- 复杂度是 $O(\log n + \log q)$

- 感谢黄志翱同学的帮助
- 感谢很久以前和我讨论这个问题的同学，感谢你们都把它忘了:)