骗分过样例

清华大学 于纪平

题意简述

- 传统题
- 不告诉你题面，但是下发所有的测试数据

- 第一行输入功能编号，编号相似的功能算法也越接近
- 代码长度限制100KB
- 还给了一个关于int自然溢出的提示

功能1_998244353（测试点1、2、3）

- 每次输入x，输出$19^x \bmod 998244353$

- 测试点1：$x \leq 10^5$，直接做
- 测试点2：$x \leq 10^{18}$，快速幂
- 测试点3：$x \leq 10^{40}$，十进制快速幂，或者写个高精度

功能1?（测试点4）

- 每次输入x，输出$19^x \bmod p$，$x \leq 10^{40}$
- p未知，观察数据发现大约是一百万多一点

- 从4.ans里最大的数开始向上枚举p，依次验证即可找到p
- 之后用测试点3的方法解决

功能1?+（测试点5）

- 每次输入x，输出$19^x \bmod p$，$x \le 10^9$
- p未知，观察数据发现大约是5×10^{18}

- 将所有的输入按x排序
- 对于相邻的两个输入$x_1, x_2 (x_1 < x_2)$，设对应的输出为y_1, y_2
- 则$y_1 \cdot 19^{x_2 - x_1} \bmod p = y_2$，即$p$是$y_1 \cdot 19^{x_2 - x_1} - y2$的约数
- 对所有的情况取最大公约数即可得到p

功能1wa_998244353（测试点6、7）

- 与功能1_998244353很像，但是WA了？
- 结合提示，这个WA在朴素算法的乘法溢出了int

- 测试点6：$x \le 10^5$，模拟int的自然溢出，直接做
- 测试点7：$x \le 10^{18}$，这个过程可以视为在$(-p, p)$区间随机生成下一个数，则循环节长度是$O\left(\sqrt{p}\right)$的，可以暴力预处理之后$O(1)$处理每个询问

功能2p（测试点8、9、10）

- 输入一个区间$[l,r]$，问其中每个数是不是质数
- $r-l\le 10^6$

- 测试点8：$r\le 10^6$，直接筛
- 测试点9：$r\le 10^{12}$，先筛出不超过$\sqrt{r}$的质数，再用这些质数去筛$[l,r]$的数
- 测试点10：$r\le 10^{18}$
  - 好像不会做了！

功能2p（测试点8、9、10）

- 一个深度优化的程序能在1秒之内跑得出来
  - https://github.com/kimwalisch/primesieve
  - $O\left(\sqrt{r} + (r - l)\log\log r\right)$，加上大量卡常数
  - 出题人也没写过
- 既然都知道数据了，有没有点其他手段？
  - 这个一会儿再说

```
yjp@yjp-xps:~$ time primesieve 999999999
999000000 -d1000000 --print > /dev/null

real    0m0.645s
user    0m0.578s
sys     0m0.078s
```

功能2u（测试点11、12、13）

- 输入一个区间$[l,r]$，问其中每个数的莫比乌斯函数
  - 含有平方因子则为0，否则为$(-1)^{质因子个数}$
- $r-l\le 10^6$

- 测试点11：$r\le 10^6$，直接筛
- 测试点12：$r\le 10^{12}$，先筛出不超过$\sqrt{r}$的质数，再用这些质数去筛$[l,r]$的数
- 测试点13：$r\le 10^{18}$
  - 好像不会做了！

测试点10、13

- 用不超过10^9的数去筛，会得到精确的结果，但很可能超时

- 只用5×10^7以内的数去筛!
- 筛不出来的情况，打表解决，表长约几十KB

功能2g（测试点14、15）

- 输入一个区间$[l,r]$和一个数p，问每个数是不是关于p的原根
  - x是p的原根，当且仅当关于k的方程$x^k \bmod p = 1$有整数解且最小正整数解为$k = \phi(p)$

- 测试点14：区间总长度约为8×10^5
- 首先验证$k = \phi(p)$是解（由于p是质数所以这里一定满足）
- 然后，对于$\phi(p)$的每个质因数q，验证$k = \frac{\phi(p)}{q}$不是解即可

功能2g（测试点14、15）

- 测试点15：求$p = 13123111$的所有原根
  - $p = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 19 \times 23 + 1$
  - 用上述方法行不通了！

- 找出p的任一原根g
- 对于x，设$x = g^k \bmod p$，则x是原根当且仅当k与$p - 1$互质
- 预处理每个x的k，同时预处理每个数与$p - 1$是否互质，即可方便地求解

功能2g?（测试点16）

- 输入一个区间$[l,r]$，问每个数是不是关于p的原根
  - p未知，但知道是$[10^9, 2 \times 10^9]$之间的质数

- 不同的质数在同一个区间的原根分布情况是混乱的
- 筛出所有可能的质数，依次代入求解即可找到p
  - 不是解的p一定会被很快排除