

Zadanie F

Fantastyczna kompresja

Zgłoszeń: 64

Zaakceptowanych: 20

Pierwsze rozwiązanie:

uw6 [Kowalska, Boguta, Kaszuba]

00:56:46*

Autor: Krzysztof Maziarz



Dana jest skompresowana permutacja w postaci sumy wszystkich jej spójnych podciągów o długości k ($k \leq 6$). Znaleźć wszystkie permutacje pasujące do tej skompresowanej postaci.

Dla skompresowanej postaci z $k = 3$:

$$[8, 10, 12]$$

pasujące permutacje to:

$$[1, 2, 5, 3, 4] \text{ oraz } [2, 1, 5, 4, 3]$$



Zauważmy, że mając sąsiednie sumy, tj. s_j oraz s_{j+1} , możemy znaleźć różnicę między elementem a_i oraz a_{i+k} :

$$s_j = a_i + a_{i+1} + \dots + a_{i+k-1}$$

$$s_{j+1} = a_{i+1} + a_{i+2} + \dots + a_{i+k}$$

$$s_{j+1} - s_j = a_{i+k} - a_i$$

Możemy zatem znaleźć tę różnicę dla każdej pary elementów odległych o dokładnie k .



Mamy zatem k ciągów, dla których znamy wszystkie różnice pomiędzy elementami:

$$\begin{aligned} & (a_0, a_k, a_{2k}, \dots,) \\ & (a_1, a_{k+1}, a_{2k+1}, \dots,) \\ & (a_2, a_{k+2}, a_{2k+2}, \dots,) \\ & \dots \end{aligned}$$

Wystarczy, że znajdziemy wartość jednego elementu w takim ciągu i znamy wartości wszystkich elementów.



- Wiemy jednak, że wszystkie te elementy muszą tworzyć permutację, zatem na pewno któryś z tych ciągów musi zawierać 1.
- Możemy sprawdzić każdy z tych k ciągów (k jest niewielkie) jako potencjalny ciąg zawierający 1.
- Wtedy poznajemy wszystkie inne wartości liczb z tego ciągu. Teraz możemy znaleźć kolejną najmniejszą liczbę i wybrać któryś z pozostałych $k - 1$ ciągów, jako ten który zawiera tę liczbę.
- To prowadzi do rekurencji, która sprawdza wszystkie $k!$ możliwości. Warto zauważyć, że istnieje co najwyżej $k!$ permutacji, które pasują do zakodowanej postaci.
- Na końcu warto sprawdzić, czy uzyskana permutacja faktycznie pasuje, co możemy łatwo zrobić licząc wszystkie sumy (okienkiem, bądź brutalnie).

Złożoność czasowa: $\mathcal{O}(n \cdot k!)$.