题目大意

有 $n + 1$ 个物品， n 个人位置形成一个环，并且每个人都对每个物品有一个评价值（一个人对所有物品的评价值形成一个排列）。初始时所有物品都在物品堆中。

对于所有 p ，求出：如果从 p 开始转一圈轮流决策，每个决策者必须拿掉当前物品堆中的任意恰好一个物品，所有人都绝顶聪明且希望最终剩下自己评价值尽可能高的物品，最终剩下的物品会是哪一个。

数据范围

对于所有数据， $n \leq 5000$ 。

对于 $n > 2000$ 的数据，为减小输入量，采取快速生成数据的方式。

子任务编号	子任务分值	特殊条件
1	8	$n \leq 8$
2	12	$n \leq 16$
3	32	$n \leq 500$
4	48	无特殊限制

解题过程

先考虑如何求 $p = 1$ 的答案。

首先当最后一个人决策时，他肯定会拿掉两个物品中他的评价价值较小的一个。

因此我们有一个初步的想法：前面的人基本上没有必要去拿最后一个人评价价值最小的物品，因为最后一个人最终肯定要拿掉它。

然后我们可以继续考虑第 $n - 1$ 个，第 $n - 2$ 个， $\dots$ ，一直到第一个。最终只会剩下一个物品。

那么，我们可以猜想，这个问题等价于从 n 到 1 轮流拿掉**自己评价价值最小**的物品，最终会剩下哪一个。

下面来更严谨的证明一下：

首先显然 $n = 1$ 时成立。

接着我们考虑从 n 向 $n + 1$ 归纳，即证明当有 $n + 1$ 个人， $n + 2$ 个物品时，如果后 n 个人按照上述方案操作，则第一个人按照上述方案操作也是最优策略。

设如果按照上述策略，第一个人拿掉了 A ，最终剩下了 B （显然有 $a_{1,B} > a_{1,A}$ ），后 n 个人分别拿了 $v_2, v_3, \dots, v_{n+1}$ 。

1. 如果第一个人改为拿 B ，后面的人不会改变拿的东西，最终会剩下 A ，显然会变劣。
2. 如果第一个人改为拿 v_k ，那么第 $k + 1$ 到 $n + 1$ 个人不会改变，而第 k 个人会改变拿的东西，设第 k 个人改为了拿 x 。

（显然， $x \in A, B, v_2, v_3, v_4, \dots, v_{k-1}$ ）

那么第一个人如果调整为拿 x ，那么最终结果和拿 v_k 是相同的。（从 1 拿 v_k 且 k 拿 x 变为 1 拿 x 且 k 拿 v_k ）

那么我们可以不断调整，直到拿的是 A 或 B 。显然，这样不优于直接拿 A 。

因此，根据归纳，该方案对所有人为最优策略。

如果直接按照上述做法对于所有 p ，暴力从后往前求所有人评价价值最小的还未被删除的物品，总复杂度为 $O(n^3)$ ，可以通过前三个子任务。

我们考虑怎么优化暴力算法。

我们记录一个数组 w_k 表示第 k 个人拿掉了所有物品中他评价价值第 k 小的。

可以发现，当我们把 $p - 1$ 改为 p 时，对于所有 $k \neq p$ ， w_k 不会减小。

于是，当我们要求 p 的答案是，对于第 k ($k \neq p$) 个人，我们只需要从 $p - 1$ 时的 w_k 开始往上枚举找到第一个还未被删除的物品选中即可。

由于总共所有 w_k 移动次数不会超过 $O(n^2)$ ，因此总复杂度为 $O(n^2)$ ，可以通过该题。

参考资料

无。