# 《比赛》题解

yhx-12243

January 17, 2023

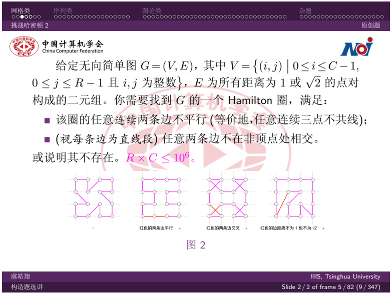
给定 $m$ 个 $U = \{1, 2, \ldots, n\}$ 的子集 $A_1, A_2, \ldots, A_m$，两两交集大小不超过 1，求 $U$ 的一个圆排列使得任意连续三个元素不在某个 $A_i$ 中。

$n \leq 2000$。

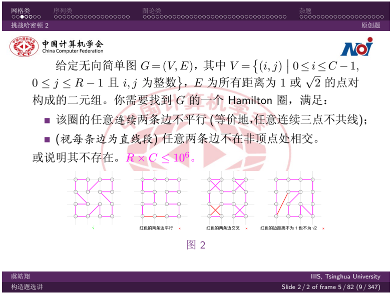
## 选手吐槽

故事还是得从 WC 2022 谈起。

故事还是得从 WC 2022 谈起。



故事还是得从 WC 2022 谈起。


网格类 序列类 图论类 杂题
挑战哈密顿 2 原创题

中国计算机学会 China Computer Federation

给定无向简单图 $G=(V,E)$，其中 $V=\{(i,j) \mid 0\le i\le C-1, 0\le j\le R-1$ 且 $i,j$ 为整数$\}$，$E$ 为所有距离为 1 或 $\sqrt{2}$ 的点对构成的二元组。你需要找到 $G$ 的一个 Hamilton 圈，满足：

- 该圈的任意连续两条边不平行 (等价地，任意连续三点不共线)；
- (视每条边为直线段) 任意两条边不在非顶点处相交。

或说明其不存在。$R\times C\le 10^6$。

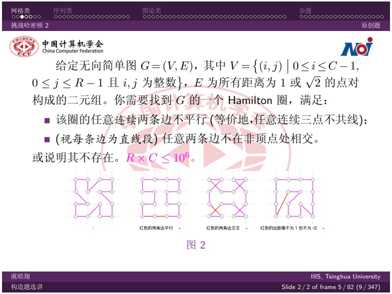


图 2

虞皓翔 IIIS, Tsinghua University
构造题选讲 Slide 2 / 2 of frame 5 / 82 (9 / 347)

去掉点集在网格上的限制，然后将点、线关系抽象出来并去掉第 2 个条件，即为本题。

故事还是得从 WC 2022 谈起。




去掉点集在网格上的限制，然后将点、线关系抽象出来并去掉第 2 个条件，即为本题。

原本是打算放在某些省选中,因为某些奇怪的原因进入了 WC。

“两个集合交集大小不超过 1”

“两个集合交集大小不超过 1”→ 两条直线最多只有一个交点！

“两个集合交集大小不超过 1”→ 两条直线最多只有一个交点！

将元素抽象成点，集合抽象成直线：

“两个集合交集大小不超过 1”→ 两条直线最多只有一个交点！

将元素抽象成点，集合抽象成直线：

**Problem 1**

是否存在 $n$ 个点的圆排列使得**任意连续三点不共线**。[1,2]

[1] 由于并不是每两个元素都有共同的子集，因此对于没有这种情况的对，我们可以假设它们处于 “一般位置” (不共线)。

[2] 经过这样转化后，我们只能用最基本的公理 (两点确定一条直线，两条线至多交于一个点)，而不能用和度量等相关的性质。

对于一条直线 $l$，任意连续三个点至多只有两个点在 $l$ 上。

对于一条直线 $l$，任意连续三个点至多只有两个点在 $l$ 上。

**Theorem 1**

原问题有解的一个**必要条件**，任意一条直线上至多包含 $\left\lfloor\frac{2}{3}n\right\rfloor$ 个点，即 $\max\limits_{1\le i\le m}|A_i|\le\left\lfloor\frac{2}{3}n\right\rfloor$。

对于一条直线 $l$，任意连续三个点至多只有两个点在 $l$ 上。

**Theorem 1**

原问题有解的一个**必要条件**，任意一条直线上至多包含 $\left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$ 个点，即 $\max\limits_{1\le i\le m} |A_i| \le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$。

而事实上这个条件也是充分的,这可由之后对标算的分析得到。

对于一条直线 $l$，任意连续三个点至多只有两个点在 $l$ 上。

**Theorem 1**

原问题有解的一个**必要条件**，任意一条直线上至多包含 $\left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$ 个点，即 $\max\limits_{1\le i\le m} |A_i| \le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$。

而事实上这个条件也是充分的,这可由之后对标算的分析得到。下称该条件为“可行性条件”。

$n \le 9$ $(n \le 15)$。

$n \le 9$ $(n \le 15)$。
搜索或状态压缩 DP。

$n \leq 45$。

$n \le 45$。

奇怪的乱搞、暴力或一些底较小的指数级算法，欢迎分享。

$m = 1$。

$m = 1$。

设该直线上点的集合为 $A$ $(= A_1)$，剩下点的集合为 $B$ $(= U \setminus A_1)$，那么一个圆排列合法当且仅当任意相邻三个点不同时取自 $A$。

$m = 1$。

设该直线上点的集合为 $A\ (= A_1)$，剩下点的集合为 $B\ (= U \setminus A_1)$，那么一个圆排列合法当且仅当任意相邻三个点不同时取自 $A$。

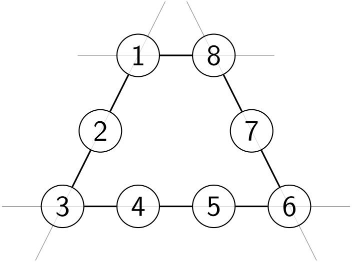
按照 $A, A, B, A, A, B$ 的顺序取点，直到 $A$ 中的点用完 (由可行性条件知 $A$ 中的点一定会在 $B$ 用完之前用完)。

$a_{i,j+1} = a_{i,j} + 1$。

$a_{i,j+1} = a_{i,j} + 1$。
即每个集合为连续的一段,因此这可以被理解成一个多边形。

$a_{i,j+1} = a_{i,j} + 1$。

即每个集合为连续的一段,因此这可以被理解成一个多边形。



由可行性条件，多边形每一条边上的点的个数 $\le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$，即“长度” 不超过 $L = \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor - 1$。

由可行性条件，多边形每一条边上的点的个数 $\leq \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$，即“长度”不超过 $L = \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor - 1$。

如果每一步大概走 $\frac{n}{3}$ 的距离，这样连续三个点大概会有 $\frac{2}{3}n$ 的宽度。

由可行性条件，多边形每一条边上的点的个数 $\le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$，即 “长度” 不超过 $L = \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor - 1$。

如果每一步大概走 $\frac{n}{3}$ 的距离，这样连续三个点大概会有 $\frac{2}{3}n$ 的宽度。

- 若 $n = 3k + 1$，则 $L = 2k - 1$。考虑每一步走 $k$ (第 $i$ 个点为 $ik \bmod n$)，则要覆盖相邻三个点至少需要 $2k$ 长度的边；

由可行性条件，多边形每一条边上的点的个数 $\le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$，即 “长度” 不超过 $L = \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor - 1$。

如果每一步大概走 $\frac{n}{3}$ 的距离，这样连续三个点大概会有 $\frac{2}{3}n$ 的宽度。

- 若 $n = 3k+1$，则 $L = 2k-1$。考虑每一步走 $k$ (第 $i$ 个点为 $ik \bmod n$)，则要覆盖相邻三个点至少需要 $2k$ 长度的边；
- 若 $n = 3k-1$，则 $L = 2k-2$。考虑每一步走 $k$，则要覆盖相邻三个点至少需要 $2k-1$ 长度的边。

由可行性条件，多边形每一条边上的点的个数 $\le \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor$，即 "长度" 不超过 $L = \left\lfloor \frac{2}{3}n \right\rfloor - 1$。

如果每一步大概走 $\frac{n}{3}$ 的距离，这样连续三个点大概会有 $\frac{2}{3}n$ 的宽度。

- 若 $n = 3k + 1$，则 $L = 2k - 1$。考虑每一步走 $k$ (第 $i$ 个点为 $ik \bmod n$)，则要覆盖相邻三个点至少需要 $2k$ 长度的边；
- 若 $n = 3k - 1$，则 $L = 2k - 2$。考虑每一步走 $k$，则要覆盖相邻三个点至少需要 $2k - 1$ 长度的边。

在上述两种情况下由于 $(n, k) = 1$，因此能得到一个圆排列。

当 $n = 3k$ 时，上述算法会有问题 —— 走不完一个圈。

当 $n=3k$ 时，上述算法会有问题 —— 走不完一个圈。

考虑构造

$$\begin{tikzcd}
1 \arrow[d] & 2 \arrow[d] & 3 \arrow[d] & \cdots & k-1 \arrow[d] & k \arrow[d] \\
k+1 \arrow[d] & k+2 \arrow[d] & k+3 \arrow[d] & \cdots & 2k-1 \arrow[d] & 2k \arrow[d] \\
2k+1 \arrow[uur] & 2k+2 \arrow[uur] & 2k+3 \arrow[ur] & \cdots \arrow[uur] & 3k-1 \arrow[uur] & 3k \arrow[uulllll, bend right]
\end{tikzcd}$$

当 $n = 3k$ 时，上述算法会有问题 —— 走不完一个圈。

考虑构造
$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[d] & 2 \arrow[d] & 3 \arrow[d] & \cdots & k-1 \arrow[d] & k \arrow[d] \\
k+1 \arrow[d] & k+2 \arrow[d] & k+3 \arrow[d] & \cdots \arrow[ur] & 2k-1 \arrow[d] & 2k \arrow[d] \\
2k+1 \arrow[uur] & 2k+2 \arrow[uur] & 2k+3 \arrow[ur] & \cdots & 3k-1 \arrow[uur] & 3k \arrow[uulllll, bend right]
\end{tikzcd}
$$
，

它主要有如下两个问题：

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；

当 $n = 3k$ 时，上述算法会有问题 —— 走不完一个圈。

$$\text{考虑构造}\quad \begin{tikzcd} 1 \arrow[d] & 2 \arrow[d] & 3 \arrow[d] & \cdots & k-1 \arrow[d] & k \arrow[d] \\ k+1 \arrow[d] & k+2 \arrow[d] & k+3 \arrow[d] & \cdots \arrow[ur] & 2k-1 \arrow[d] & 2k \arrow[d] \\ 2k+1 \arrow[uur] & 2k+2 \arrow[uur] & 2k+3 \arrow[ur] & \cdots & 3k-1 \arrow[uur] & 3k \arrow[uulllll, bend right] \end{tikzcd} ,$$

它主要有如下两个问题：

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

对于第一个问题，由于 $L = 2k-1$，因此这样的边只有一条。我们可以通过 “旋转” 使得这条边处在特定的位置 (如以 1 端点)。

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

对于第一个问题，由于 $L = 2k-1$，因此这样的边只有一条。我们可以通过 “旋转” 使得这条边处在特定的位置 (如以 1 端点)。

对于第二个问题，我们要利用题目的性质 (任意两条边至多只有一个交点)，由于 1 为端点，故不存在一条边同时包含 $3k, 1, 2$。

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

对于第一个问题，由于 $L = 2k-1$，因此这样的边只有一条。我们可以通过 "旋转" 使得这条边处在特定的位置 (如以 1 端点)。

对于第二个问题，我们要利用题目的性质 (任意两条边至多只有一个交点)，由于 1 为端点，故不存在一条边同时包含 $3k, 1, 2$。

$$\cdots \to \underbrace{2k \to \overbrace{3k \to 1}_{\text{长度 } k+1 \text{ 可覆盖}} \to k+1}^{\text{长度 } k+1 \text{ 可覆盖}} \to \underbrace{k+1 \to 2k+1 \to 2}_{\text{长度 } 2k-1 \text{ 可覆盖}} \to \cdots$$

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

对于第一个问题，由于 $L = 2k-1$，因此这样的边只有一条。我们可以通过“旋转”使得这条边处在特定的位置 (如以 1 端点)。

对于第二个问题，我们要利用题目的性质 (任意两条边至多只有一个交点)，由于 1 为端点，故不存在一条边同时包含 $3k, 1, 2$。

$$\cdots \to \underbrace{2k \to \overbrace{3k \to 1}_{\text{长度 } k+1 \text{ 可覆盖}} \to k+1}^{\text{长度 } 2k-1 \text{ 可覆盖}} \to 2k+1 \to 2 \to \cdots$$

$$\cdots \to \underbrace{2k \to 3k \to 1}_{\text{长度 } k+1 \text{ 可覆盖}} \to \underbrace{k+1 \to 2k+1 \to 2}_{\text{长度 } 2k-1 \text{ 可覆盖}} \to \cdots$$

- 在中间，相邻三个点只需要 $2k-1$ 长度的边即可覆盖；
- 在端点处，$2k \to 3k \to 1$ 和 $3k \to 1 \to k+1$ 只需要 $k+1$ 长度的边即可覆盖。

对于第一个问题，由于 $L=2k-1$，因此这样的边只有一条。我们可以通过 "旋转" 使得这条边处在特定的位置 (如以 1 端点)。

对于第二个问题，我们要利用题目的性质 (任意两条边至多只有一个交点)，由于 1 为端点，故不存在一条边同时包含 $3k, 1, 2$。

$$\cdots \to \underbrace{2k \to \overbrace{3k \to k+1}_{}}_{\text{长度 } 2k-1 \text{ 可覆盖}} \overbrace{\to 1}^{\text{长度 } 2k-1 \text{ 可覆盖}} \to \underbrace{1 \to 2k+1 \to 2}_{\text{长度 } 2k \text{ 可覆盖}} \to \cdots$$

考虑一种非常简单粗暴的贪心：每次取不和当前最后两个点共线的点，能取则取，直到没有点可用。

考虑一种非常简单粗暴的贪心：每次取不和当前最后两个点共线的点，能取则取，直到没有点可用。

设我们得到了一条链 $1 \to 2 \to \cdots \to L$。

考虑一种非常简单粗暴的贪心：每次取不和当前最后两个点共线的点，能取则取，直到没有点可用。

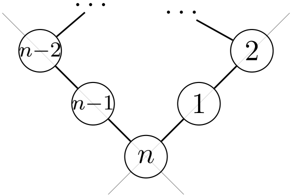
设我们得到了一条链 $1 \to 2 \to \cdots \to L$。

- $L = n$。
  注意此时解不一定合法，可能的例外是 $(n-1, n, 1)$ 和 $(n, 1, 2)$。

考虑一种非常简单粗暴的贪心：每次取不和当前最后两个点共线的点，能取则取，直到没有点可用。

设我们得到了一条链 $1 \to 2 \to \cdots \to L$。

- $L = n$。
  注意此时解不一定合法，可能的例外是 $(n-1, n, 1)$ 和 $(n, 1, 2)$。
- $L = n - 1$。
  说明 $(n-2, n-1, n)$ 共线。如果 $(n, 1, 2)$ 不共线，则将 $n$ 放入开头则该情况和 $L = n$ 等价。否则该情形如下图所示：



- $L \le n-2$。
此时剩下的点一定共线，且与 $L-1$ 和 $L$ 共线。

- $L \le n-2$。
  此时剩下的点一定共线，且与 $L-1$ 和 $L$ 共线。

  综上，我们一定能得到这样一个 "圆排列"，它要么满足条件，要么必满足下列二者之一：

- $L \le n - 2$。
  此时剩下的点一定共线，且与 $L-1$ 和 $L$ 共线。

综上，我们一定能得到这样一个 “圆排列”，它要么满足条件，要么必满足下列二者之一：

- 除了有相邻两条边有三点共线外，其余部分均满足条件。

- $L \le n-2$。

  此时剩下的点一定共线，且与 $L-1$ 和 $L$ 共线。

  综上，我们一定能得到这样一个 "圆排列"，它要么满足条件，要么必满足下列二者之一：

- 除了有相邻两条边有三点共线外，其余部分均满足条件。
- 除了有一条边有多点共线外，其余部分均满足条件。

- $L \le n-2$。

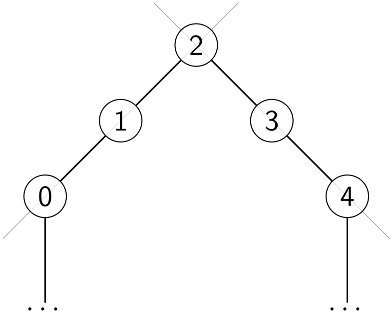
  此时剩下的点一定共线，且与 $L-1$ 和 $L$ 共线。

综上，我们一定能得到这样一个 “圆排列”，它要么满足条件，要么必满足下列二者之一：

- 除了有相邻两条边有三点共线外，其余部分均满足条件。
- 除了有一条边有多点共线外，其余部分均满足条件。

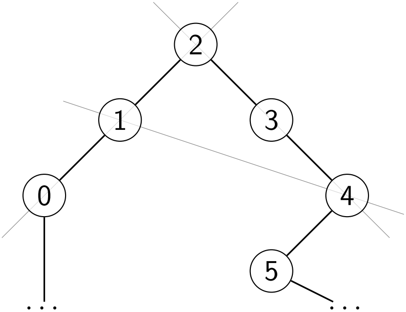
接下来我们采用调整法的思路，“修复” 这个圆排列。[3]

[3]这样的修复方法非常多，下面只介绍其中一种。


2
1
3
0
4
...
...

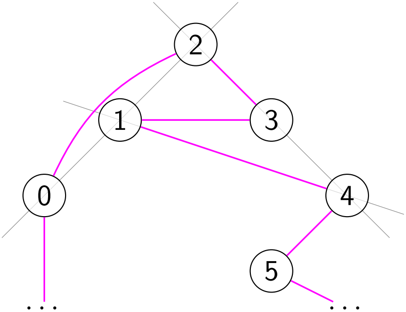
1, 4, 5 不共线

1, 4, 5 共线

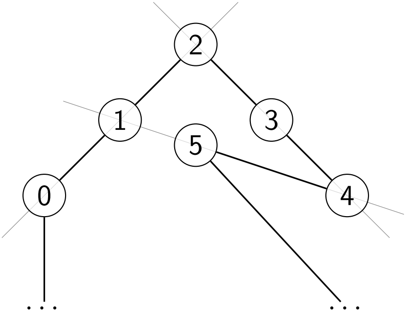


1, 4, 5 不共线

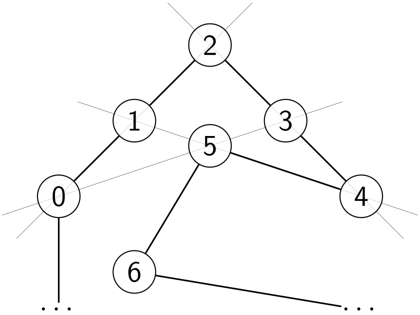
1, 4, 5 共线



1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线



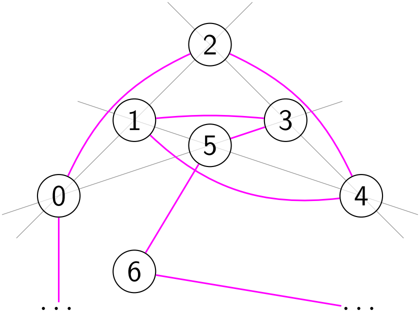
1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线
  3, 5, 6 不共线
  3, 5, 6 共线



1, 4, 5 不共线

1, 4, 5 共线

- 3, 5, 6 不共线
- 3, 5, 6 共线

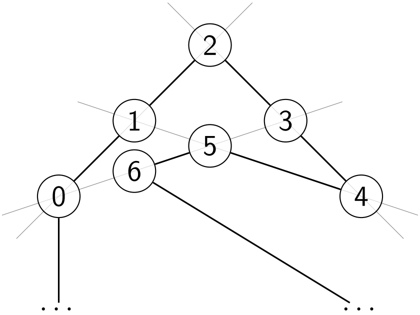


1, 4, 5 不共线

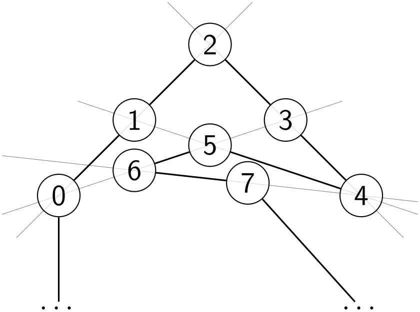
1, 4, 5 共线

3, 5, 6 不共线

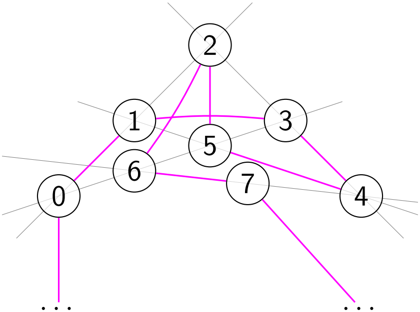
3, 5, 6 共线



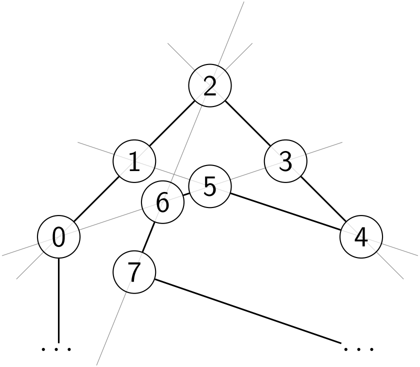
1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线
3, 5, 6 不共线
3, 5, 6 共线
2, 6, 7 不共线
4, 6, 7 不共线



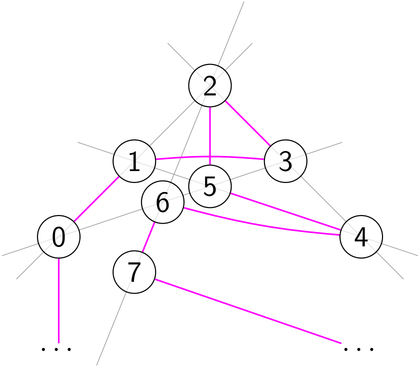
1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线
3, 5, 6 不共线
3, 5, 6 共线
2, 6, 7 不共线
4, 6, 7 不共线



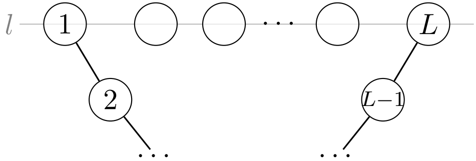
1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线
3, 5, 6 不共线
3, 5, 6 共线
2, 6, 7 不共线
4, 6, 7 不共线



1, 4, 5 不共线
1, 4, 5 共线
3, 5, 6 不共线
3, 5, 6 共线
2, 6, 7 不共线
4, 6, 7 不共线

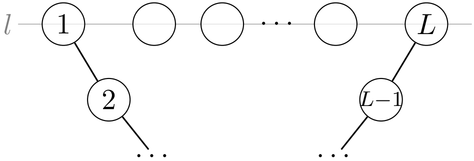


设该边所在直线为 $l$，链外部分为 $1 \to 2 \to \cdots \to L$，其中 $1, L \in l$，且 $2, L-1 \notin l$。



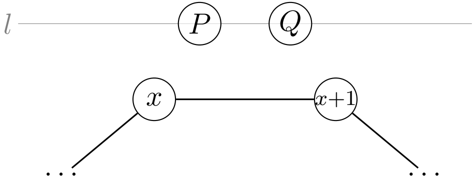
设该边所在直线为 $l$，链外部分为 $1 \to 2 \to \cdots \to L$，其中 $1, L \in l$，且 $2, L-1 \notin l$。

称当前不在链 $1 \rightsquigarrow L$ 上的点为自由点。

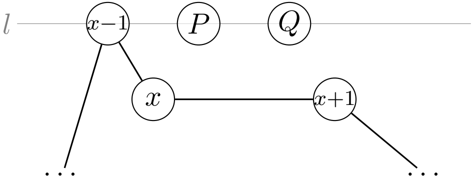


存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

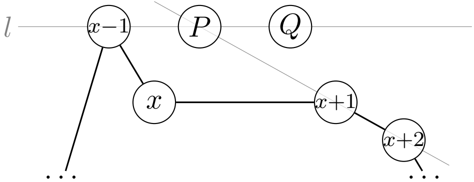


存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$ (取最小的 $x$，从而 $x-1 \in L$)
不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$



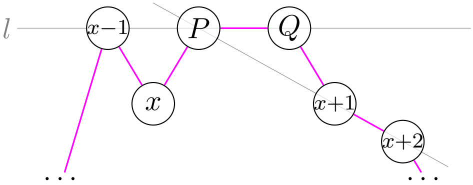
存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$ ($P, Q$ 之中至少一个不和 $x+1, x+2$ 共线)

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

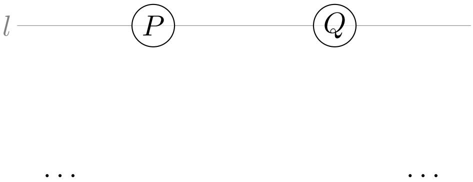


存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$



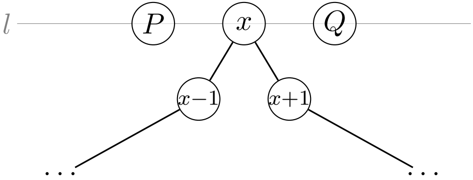
存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$
不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$



存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

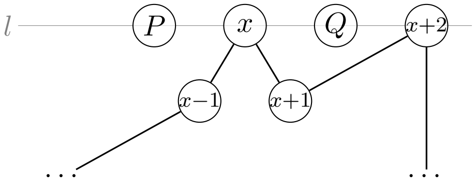
存在 $x$ 使得 $x-1, x+1 \notin L$ 且 $x \in L$



存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

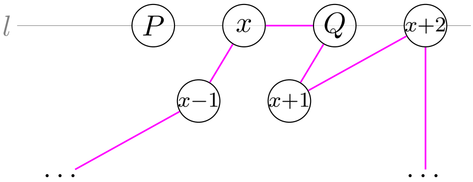
存在 $x$ 使得 $x-1, x+1 \notin L$ 且 $x \in L$

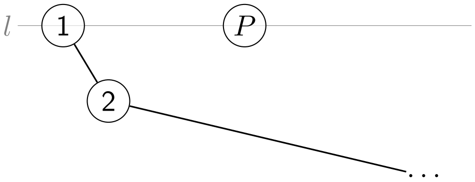


存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

不存在 $x$ 使得 $x, x+1 \notin L$

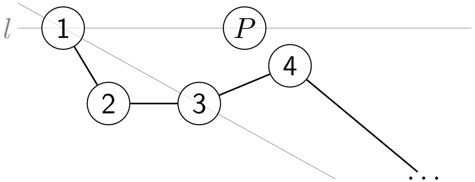
  存在 $x$ 使得 $x-1, x+1 \notin L$ 且 $x \in L$



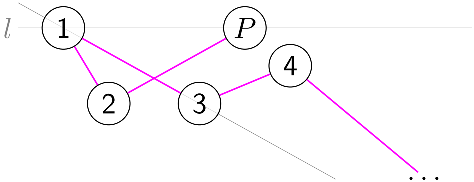

$l$
1
$P$
2
...

1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线



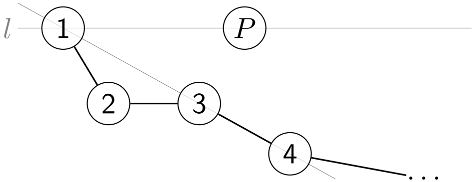
1, 3, 4 不共线
1, 3, 4 共线



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

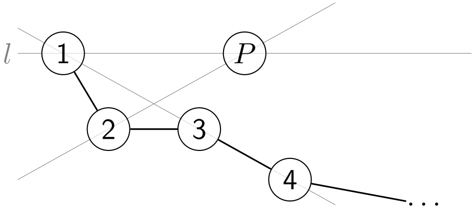
- $3 \notin l$
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

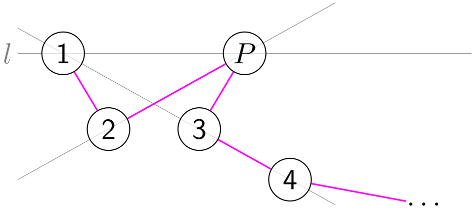
- 3 $\notin l$
  - 2, 3, $P$ 不共线
  - 2, 3, $P$ 共线
- 3 $\in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

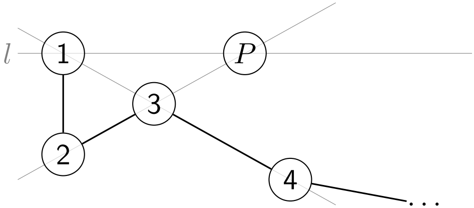
- $3 \notin l$
  - 2, 3, $P$ 不共线
  - 2, 3, $P$ 共线
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

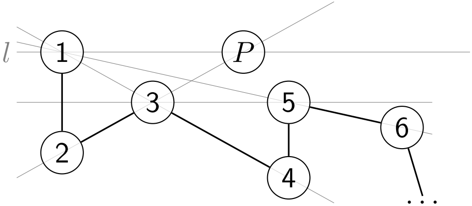
- $3 \notin l$
  - 2, 3, $P$ 不共线
  - 2, 3, $P$ 共线
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

- $3 \notin l$
  - 2, 3, $P$ 不共线
  - 2, 3, $P$ 共线
    - 3, 5, 6 不共线
    - 1, 5, 6 不共线
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

$3 \notin l$

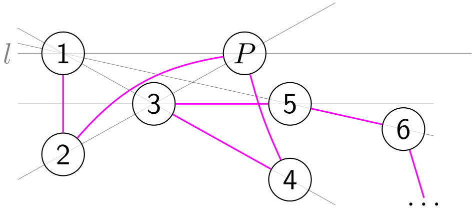
2, 3, $P$ 不共线

2, 3, $P$ 共线

3, 5, 6 不共线

1, 5, 6 不共线

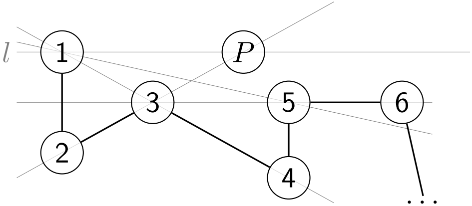
$3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

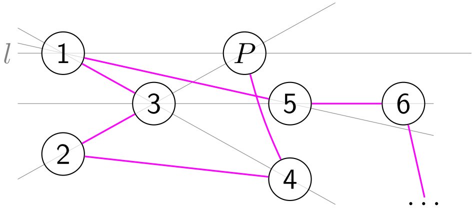
- $3 \notin l$
  - $2, 3, P$ 不共线
  - $2, 3, P$ 共线
    - 3, 5, 6 不共线
    - 1, 5, 6 不共线
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

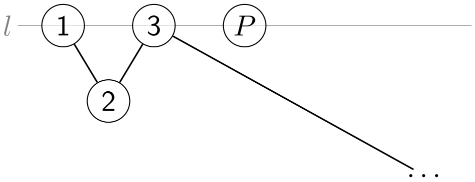
- $3 \notin l$
  - 2, 3, $P$ 不共线
  - 2, 3, $P$ 共线
    - 3, 5, 6 不共线
    - 1, 5, 6 不共线
- $3 \in l$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

- $3 \notin l$
- $3 \in l$

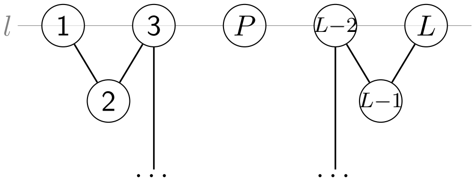


1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

- $3 \notin l$
- $3 \in l$

由对称性，$L-2 \in l$



1, 3, 4 不共线

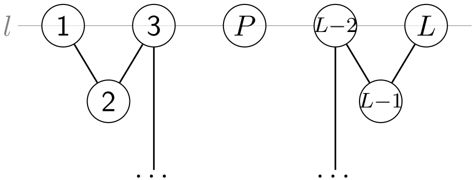
1, 3, 4 共线

$3 \notin l$

$3 \in l$

$L-2 \in l$

$1, P, L$ 地位相同



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

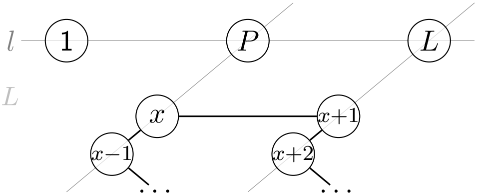
- $3 \notin l$
- $3 \in l$

$L-2 \in l$

1, $P, L$ 地位相同

$\exists x$ s.t. $x, x{+}1 \notin L$

$\exists x$ s.t. $x{-}1, x{+}1 \notin L \wedge x \in L$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

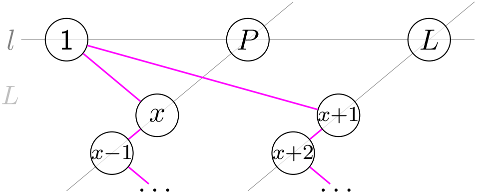
- $3 \notin l$
- $3 \in l$ $1, P, L$ 中至少一个既不与 $x-1, x$ 共线，也不与 $x+1, x+2$ 共线

$L-2 \in l$

$1, P, L$ 地位相同

$\exists x$ s.t. $x, x{+}1 \notin L$

$\exists x$ s.t. $x{-}1, x{+}1 \notin L \wedge x \in L$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

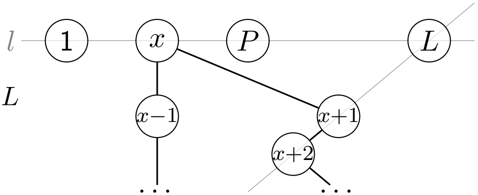
- $3 \notin l$
- $3 \in l$

$L-2 \in l$

1, $P, L$ 地位相同

$\exists x$ s.t. $x, x+1 \notin L$

$\exists x$ s.t. $x-1, x+1 \notin L \wedge x \in L$



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

- $3 \notin l$
- $3 \in l$

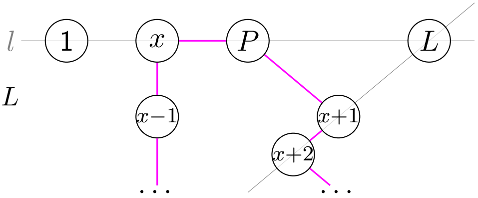
$L-2 \in l$

$1, P, L$ 地位相同

$\exists x$ s.t. $x, x+1 \notin L$

$\exists x$ s.t. $x-1, x+1 \notin L \wedge x \in L$

$1, P, L$ 中至少一个不与 $x+1, x+2$ 共线



1, 3, 4 不共线

1, 3, 4 共线

- $3 \notin l$
- $3 \in l$

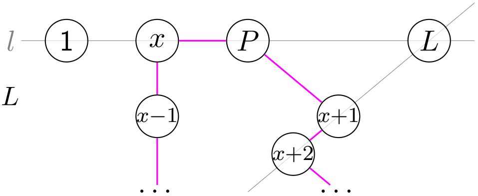
$L-2 \in l$

$1, P, L$ 地位相同

$\exists x$ s.t. $x, x{+}1 {\notin} L$

$\exists x$ s.t. $x{-}1, x{+}1 {\notin} L \wedge x {\in} L$

$1, P, L$ 中至少一个不与 $x+1, x+2$ 共线




总时间复杂度 $O(n^2)$。

本题作为一道定位较简单的小清新构造题，考验了选手对问题的建模能力，分析能力，各种构造技巧，以及调 (luan) 整 (gao) 能力，许多确定型算法和非确定性算法都可以通过此题。相信这道题能作为你 OI (gou zao) 之路上一道独特的风景。

## Q & A

Thanks for listening!