

题目大意

给定 n 个点 m 条边的带权无向图，保证边权互不相同，要求从中选出 p 条边满足以下条件或报告无解：

- 图联通。
- s 号节点度数恰好为 k 。
- 按照边权从大到小排序构成长度为 p 的序列，其字典序严格最小。

数据范围

对于所有数据 $1 \leq k < n \leq 5 \times 10^4$, $m \leq 5 \times 10^5$, $w \leq 10^9$ 。有重边无自环，重边仅端点相同，边权仍满足互不相同。

子任务 1 (5 分) : $m = n - 1$ 。

子任务 2 (10 分) : $n, m \leq 21$ 。

子任务 3 (10 分) : 满足恰有 k 条边 (u_i, v_i) 满足其中一个端点为 s 。

子任务 4 (15 分) : $n \leq 1000$, $m \leq 3 \times 10^3$ 。

子任务 5 (20 分) : 保证去掉编号为 s 的点和与 s 有关的边后，剩下的图为森林。

子任务 6 (20 分) : $n \leq 10^4$, $m \leq 10^5$ 。

子任务 7 (20 分) : $n \leq 5 \times 10^4$, $m \leq 5 \times 10^5$ 。

时间限制：1s

空间限制：512MB

解题思路

首先去掉重边，保留边权较小的。

若 $p > n - 1$ ，则可以找到任意一个环。由于环长大于 2，所以一定可以删掉一条与 s 无关的边使其仍然满足要求。由此可知最终选择的边集大小一定为 $n - 1$ 。

subtask 1

对于给定一棵树，只需要通过以下条件判断是否无解即可：

- 图是否连通。
- s 节点度数是否恰为 k 。

subtask 2

暴力枚举选择的边后，取所有合法方案中字典序最小的一个。时间复杂度 $\mathcal{O}(n \times \binom{m}{n-1})$ 。

subtask 3

首先判断 k 条边是否存在重边，是则无解。然后把这 $k + 1$ 个点缩在一起。问题转化为求最小字典序生成树。

而最小字典序生成树与最小生成树等价，直接用 Kruscal 算法即可。

subtask 4

考虑把所有边按照边权从大到小排序，然后贪心枚举每条边删掉以后是否有解。

设 G 为由除去 s 的 $n - 1$ 个点和所有与 s 无关的边构成的图。那么这张图有解当且仅当：

- 连通块个数 $\leq k$ 。
- s 与每一个连通块都存在至少一条边，且剩下与 s 有关的边数 $\geq k$ 。

暴力检查合法即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(m^2)$ 。

subtask 5

在这个条件下，上述的 G 是一棵森林。用 LCT 维护每个连通块与 s 相连的边数即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(n \log n + m)$ 。

subtask 6

发现一条边在被 check 之前都会被加入，而 check 完后也确定了后续是否会被加入/删除。

考虑把 m 条边从大到小排序后均分成 B 块。对于一条边 e ，设它所在块的编号为 id ，则把它加入到编号为 $1 \sim id - 1$ 的整块和散块前缀里。

check 完后，根据结果判断是否把 e 加入散块后缀和编号为 $id + 1 \sim B$ 的整块中里。

每次进入整块时重构整张图，进入散块时直接加入，check 完毕后再删除。需要可撤销并查集来支持撤销操作。

每条边被加入 $\mathcal{O}(B + \frac{m}{B})$ 次，时间复杂度为 $\mathcal{O}(m(B + \frac{m}{B}) \log n)$ ， B 取 $\sqrt{m}$ 时最优。

subtask 7

上述算法可以看作只有两层的线段树分治。直接用正常的线段树分治实现即可，时间复杂度 $\mathcal{O}(m \log m \log n)$ 。