



## 看號碼塗色 Paint By Numbers

看號碼塗色是個有名的謎題遊戲，我們考慮的是這個謎題的簡單一維版本。謎題裏玩家有  $n$  個格子(cells)，由左至右編號為  $0$  至  $n - 1$ 。玩家必須把每個格子(cell)塗成黑色或白色。我們用 'X' 代表黑格子， '\_' 代表白格子。

玩家會拿到一個內含  $k$  個正整數的序列  $c = [c_0, \dots, c_{k-1}]$ ：稱之為線索。他必須塗格子使得黑格子正好組成  $k$  個格子區段。而且，從左邊算過來的第  $i$  個區段(從  $0$  起算)，黑格子的數目必須等於  $c_i$ 。舉個例子，如果線索是  $c = [3, 4]$ ，解開的謎題必須剛好有兩個區段的連續黑格子：一個長度  $3$ ，另一個長度  $4$ 。因此，如果  $n = 10$  和  $c = [3, 4]$ ，一組有效解是 "XXX XXXX"。注意 "XXXX XXX" 不算有效解：因為黑格子區段的順序不對。"XXXXXXXX" 也不算有效解：因為只有一個黑格子區段，而非兩個分開的區段。

你會拿到一個已經解到一半的謎題，意思是，你會知道  $n$  和  $c$ ，也會知道有些格子一定是黑的，有些格子一定是白的。你的任務是推導出更多關於格子的資訊，

更明確來說，一個"有效解"須滿足線索，顏色也和已知的格子一致。你必須找出哪些格子在每個有效解中都會塗成黑色，和哪些格子在每個有效解中都會塗成白色。

你可以假設每組測試資料中都至少有一組解。

### 實作細節

你必須實作此函式(或方法)：

- `string solve_puzzle(string s, int[] c)`.
  - $s$ ：長度  $n$  的字串。For each  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ) 字元  $i$  is:
    - 'X', 如果格子  $i$  一定是黑的,
    - '\_', 如果格子  $i$  一定是白的,
    - '.', 如果沒有關於格子  $i$  的資訊。
  - $c$ ：長度  $k$  的陣列，含有上述所定義的線索，
  - 函式必須回傳一個長度  $n$  的字串。輸出字串中 For each  $i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ) 字元  $i$  必須是：
    - 'X', 如果格子  $i$  在每個有效解中都是黑色，
    - '\_', 如果格子  $i$  在每個有效解中都是白色，
    - '?', 其它(也就是說，存在兩組有效解，格子  $i$  在一組中是黑色，而在另一組中是白色。

若使用 C 程式語言，函式參數稍有不同：

- `void solve_puzzle(int n, char* s, int k, int* c, char* result)`
  - $n$ ：字串  $s$  的長度 (格子的數目)，
  - $k$ ：陣列  $c$  的長度 (線索的數目)，
  - 其它參數同上。

- 函式必須寫入答案到字串 `result` 中，而不是回傳一個  $n$  個字元的字串。

在此題中用到的字元 ASCII codes:

- `X`: 88,
- `_`: 95,
- `.`: 46,
- `?`: 63.

在實作細節時，請使用所提供對應程式語言的樣版檔案(template files)。

## 範例

### 範例 1

```
solve_puzzle(".....", [3, 4])
```

這些是這個謎題所有可能的有效解:

- `"XXX_XXXX_"`,
- `"XXX__XXXX_"`,
- `"XXX___XXXX"`,
- `"_XXX_XXXX_"`,
- `"_XXX__XXXX"`,
- `"__XXX_XXXX"`.

由此可見，註標 2, 6, 7 (從 0 起算)的格子，在每個有效解中都是黑色。其它每個格子可以是，但不一定會是黑色。因此正確的答案是 `"??X???XX??"`。

### 範例 2

```
solve_puzzle(".....", [3, 4])
```

在這個範例中只有單一解，正確答案是 `"XXX_XXXX"`。

### 範例 3

```
solve_puzzle("..._.....", [3])
```

在這個範例中，我們可以推導出編號 4 的格子必須是白的，因為不可能在編號 3 和 5 的白格子之間塞入三個連續的黑格子。因此正確答案是 `"???_????"`。

### 範例 4

```
solve_puzzle(".X.....", [3])
```

只有兩組有效解能符合上面的描述:

- `"XXX_____"`,
- `"_XXX_____"`.

因此正確答案是 `"?XX?_____"`。

## 子任務 Subtasks

在所有子任務中  $1 \leq k \leq n$ , and  $1 \leq c_i \leq n$  for each  $0 \leq i \leq k - 1$ .

1. (7 points)  $n \leq 20$ ,  $k = 1$ ,  $s$  只含 '.' (空的謎題),
2. (3 points)  $n \leq 20$ ,  $s$  只含 '.',
3. (22 points)  $n \leq 100$ ,  $s$  只含 '.',
4. (27 points)  $n \leq 100$ ,  $s$  只含 '.' 和 '\_' (只有白格子的資訊),
5. (21 points)  $n \leq 100$ ,
6. (10 points)  $n \leq 5\,000$ ,  $k \leq 100$ ,
7. (10 points)  $n \leq 200\,000$ ,  $k \leq 100$ .

### 範例評分程式 Sample grader

範例評分程式用下列格式讀取輸入資料:

- line 1: 字串  $s$ ,
- line 2: 整數  $k$ , 後面跟著  $k$  個整數  $c_0, \dots, c_{k-1}$ .