

二次整数规划问题 (qip)

【题目描述】

本题中，你需要解决一个著名的 NP 问题——二次整数规划问题。

二次整数规划问题要有变量：你需要给出一个长度为 n 的整数序列 (x_1, x_2, \dots, x_n) ，满足下文中的所有条件。

二次整数规划问题要有约束：你给出的整数序列需要满足以下两类约束：

1. 一类约束是单个变量取值的约束：给出正整数 k ($3 \leq k \leq 5$) 和 n 个区间 $[l_i, r_i]$ ($1 \leq i \leq n$)，其中 $1 \leq l_i \leq r_i \leq k$ ，你给出的序列需要满足 $\forall 1 \leq i \leq n, l_i \leq x_i \leq r_i$ ；
2. 另一类约束是变量之间取值的约束：给出 m 个三元组 (p_i, q_i, b_i) ，你给出的序列需要满足 $\forall 1 \leq j \leq m, |x_{p_j} - x_{q_j}| \leq b_j$ 。

二次整数规划问题要有目标函数：在给出 $k-2$ 个权值参数 v_2, v_3, \dots, v_{k-1} （注意下标范围为 2 至 $k-1$ ）的前提下，对于一个值域为 $[1, k]$ 的整数序列 $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ，设 c_i 为该序列中取值为 i 的元素个数， G 为满足 $1 \leq i, j \leq n$ 且 $|p_i - p_j| \leq 1$ 的整数二元组 (i, j) 个数，注意在 $i \neq j$ 时， (i, j) 和 (j, i) 是不同的二元组。定义该序列的权值为

$$W(p_1, p_2, \dots, p_n) = 10^6 G + \sum_{i=2}^{k-1} c_i v_i.$$

你的序列需要在满足以上两类约束的情况下，最大化其权值。

二次整数规划问题不一定有多组询问，但是我们会给出 q 次询问，每次询问给出不同的权值参数 v_2, v_3, \dots, v_{k-1} ，对于每组询问你需要找到满足约束的最大化权值的序列。为了减少输出量，你只需要输出这个序列的权值。

【输入格式】

从文件 `qip.in` 中读入数据。

本题有多组测试数据。第一行一个非负整数和一个正整数 C, T ，分别表示测试点编号和测试数据数量。 $C = 0$ 表示该组数据为样例。

对于每组测试数据，第一行四个整数 k, n, m, q ，描述序列值域、序列长度、变量之间约束的个数和询问次数。

接下来 n 行每行两个整数 l_i, r_i ，描述序列中每个元素对应的取值区间。

接下来 m 行每行三个整数 p_j, q_j, b_j ，描述一个变量之间的约束。

接下来 q 行每行 $k-2$ 个非负整数 v_2, v_3, \dots, v_{k-1} 描述一组询问的权值参数。

【输出格式】

输出到文件 `qip.out` 中。

对于每组数据的每组询问输出一行一个整数，表示序列权值的最大值。

【样例 1】

见选手目录下的 *qip/qip1.in* 与 *qip/qip1.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 1 的性质。

【样例 1 解释】

第一个测试数据中两组询问对应的最优序列均为 $(1, 2, 2, 1, 3)$ ，有 $c_2 = 2, G = 21$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 *qip/qip2.in* 与 *qip/qip2.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 3 的性质。

【样例 2 解释】

第一个测试数据中两组询问对应的一个最优序列分别为 $(4, 4, 3, 3)$ 和 $(4, 3, 2, 2)$ 。

【样例 3】

见选手目录下的 *qip/qip3.in* 与 *qip/qip3.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 5 的性质。

【样例 3 解释】

第一个测试数据中三组询问对应的一个最优序列分别为 $(3, 3, 3, 3, 3)$ 、 $(2, 2, 3, 3, 2)$ 和 $(3, 2, 4, 4, 2)$ 。

【样例 4】

见选手目录下的 *qip/qip4.in* 与 *qip/qip4.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 2 的性质。

【样例 5】

见选手目录下的 *qip/qip5.in* 与 *qip/qip5.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 4 的性质。

【样例 6】

见选手目录下的 *qip/qip6.in* 与 *qip/qip6.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 8 的性质。

【样例 7】

见选手目录下的 *qip/qip7.in* 与 *qip/qip7.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 14 的性质。

【样例 8】

见选手目录下的 *qip/qip8.in* 与 *qip/qip8.ans*。

该样例满足数据范围中测试点 17 的性质。

【子任务】

设 $\sum q$ 为单个测试点中所有测试数据的 q 的和。对于所有测试点，

- $1 \leq T \leq 600$,
- 第 i ($1 \leq i \leq T$) 个测试数据中, $1 \leq n \leq \max(\frac{T}{i}, 2 \log_2 T)$,
- $3 \leq k \leq 5$, $0 \leq m \leq 3n$, $1 \leq q$, $\sum q \leq 3 \times 10^5$,
- $1 \leq l_i \leq r_i \leq k$,
- $1 \leq p_j, q_j \leq n$, $0 \leq b_j < k$,
- $0 \leq v_2, \dots, v_{k-1} \leq 10^{12}$ 。

测试点编号	$T \leq$	$k =$	$\sum q \leq$	特殊性质	测试点分数
1	10	3	200	无	4
2	600		3×10^5		6
3	10	4	200		4
4	600		3×10^5		6
5	10	5	300		5
6	15		500		4
7	25		750		4
8	50		1000		6
9	80		1500		6
10	120		2000		5
11	200		8000	A	3
12	400		3×10^4		4
13	600		2×10^5	B	5
14	200		8000		3
15	400	3×10^4	4		
16	600	2×10^5	4		
17	120	10^5	C	4	
18	150	2×10^5		5	
19	180	3×10^5		5	
20	300	5×10^4	无	5	
21	450	10^5		4	
22	600	3×10^5		4	

特殊性质 A: $m = 0$ 。

特殊性质 B: $m \leq 10$, 单个测试点中所有测试数据的 m 的和不超过 200。

特殊性质 C: 数据随机生成。具体地, 生成测试点中每组测试数据时, 给出参数 k, n, m, q 以及 k 个非负整数 $p_0, p_1, p_2, \dots, p_{k-1}$, 保证 $p_{k-1} \neq 0$, 则按照如下规则生成该组数据:

- 对于 $1 \leq i \leq n$, 独立均匀随机生成 $x, y \in [1, k]$, 则 $l_i = \min(x, y), r_i = \max(x, y)$;
- 不断按照如下方式生成三元组直至有 m 个三元组:
 1. 独立均匀随机生成 $u, v \in [1, n]$;
 2. 以 p 为权值随机生成 w (对于 $0 \leq i \leq k-1, w = i$ 的概率为 $\frac{p_i}{p_0+p_1+\dots+p_{k-1}}$);
 3. 若在原有三元组集合中加入 (u, v, w) 后不存在序列 (x_1, x_2, \dots, x_n) 满足所有限制, 则舍弃当前三元组, 否则加入当前三元组。
- 每组询问的 v_2, \dots, v_{k-1} 在 $[0, 10^{12}]$ 内独立均匀随机生成。